

UNIVERSITÉ DE PARIS — FACULTÉ DES LETTRES

L'EXPLICATION MÉCANIQUE

ET LE NOMINALISME

THÈSE POUR LE DOCTORAT ÈS-LETTRES

Présentée à la Faculté des Lettres de l'Université de Paris

PAR

A. DARBON

PROFESSEUR AGRÉGÉ DE PHILOSOPHIE AU LYCÉE DE BORDEAUX

BORDEAUX

IMPRIMERIE Y. CADORET

17, RUE POQUELIN-MOLIÈRE, 17

1910

A la mémoire de mon Maître

O. HAMELIN

L'EXPLICATION MÉCANIQUE

ET LE NOMINALISME

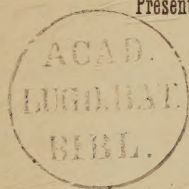
UNIVERSITÉ DE PARIS — FACULTÉ DES LETTRES

L'EXPLICATION MÉCANIQUE

ET LE NOMINALISME

THÈSE POUR LE DOCTORAT ÈS-LETTRES

Présentée à la Faculté des Lettres de l'Université de Paris



PAR

A. DARBON

PROFESSEUR AGRÉGÉ DE PHILOSOPHIE AU LYCÉE DE BORDEAUX

BORDEAUX

IMPRIMERIE Y. CADORET

17, RUE POQUELIN-MOLIÈRE, 17

1910

INTRODUCTION

La conception de la science qui a prévalu jusqu'à l'époque moderne était due au génie de Descartes et à celui de Newton. Or, l'un et l'autre prirent certainement pour modèle et pour idéal la discipline des mathématiques, et quand ils apprécièrent la valeur objective et l'exactitude auxquelles pouvait prétendre la physique, ils eurent toujours en vue une science qui, sous sa forme achevée, se rapprocherait beaucoup de la théorie du nombre et des figures.

La méthode Cartésienne est trop connue pour qu'il soit nécessaire de la rappeler ici. Elle consiste essentiellement à se procurer l'intuition des natures simples, puis à les composer progressivement entre elles pour reconstruire la réalité. Toute la science du monde matériel est suspendue à un petit nombre de principes, si clairs, que la raison les aperçoit à plein et se reconnaît aussitôt en eux. En droit, toutes les propriétés observables des corps peuvent se déduire de la définition de la matière et du principe de la conservation du mouvement. Sans doute la mécanique de Descartes ne survécut guère à son auteur; lui-même ne parvint jamais, et pour cause, à en tirer aucune application précise et utile. Et peut-être que sa méthode et sa conception de la science auraient vite perdu leur crédit, du moins aux yeux des savants, si Newton, qui donna une si vigoureuse impulsion à la physique et dont les idées mécaniques se montrèrent si merveilleusement fécondes, n'avait assigné à la recherche scientifique des règles presque identiques à celles que Descartes lui-même avait conçues. Aussi, à mesure que Newton et ses disciples réalisaient avec tant d'ardeur le vaste plan tracé dans la XXXI^e proposition de son Optique, le succès de leurs travaux profitait à Descartes et prolongeait son influence à une époque où ses théories mécaniques étaient abandonnées de tous.

Sans doute Newton attache à l'expérience détaillée et minutieuse une importance beaucoup plus grande que ne l'a fait

Descartes. C'est d'ailleurs la raison principale de sa supériorité. Mais il partage l'idée maîtresse du grand philosophe. Il croit que malgré la diversité apparente des phénomènes, la Nature « est toujours conforme à elle-même ». Et les termes dans lesquels il définit la marche de la science rappellent de bien près la seconde et la troisième règles du Discours de la Méthode. C'est une analyse suivie d'une synthèse. La première de ces méthodes, qu'« il faut employer dans la recherche des choses difficiles, consiste à faire des expériences et des observations et à en tirer des conséquences générales ». Par elle « on peut passer des composés aux simples, des mouvements aux forces motrices, des effets aux causes et des causes particulières aux causes générales jusqu'à ce qu'on parvienne à la cause première. Telle est l'analyse. Quant à la synthèse, elle consiste à prendre pour principes des causes connues et constatées, à expliquer par leurs moyens les phénomènes et à prouver ces explications » (1). Pour préciser la méthode de Newton, il faut ajouter que, dans sa pensée, ces causes sont de nature mécanique. Il se propose donc de « déduire des phénomènes de la nature deux ou trois principes généraux du mouvement ; ensuite de faire voir comment les propriétés de tous les corps et les phénomènes découlent de ces principes constatés » (2). Ainsi, dans un très petit nombre de propositions obtenues par analyse, nous pourrions embrasser d'une seule vue toutes les lois de la nature matérielle. « Dans tous les cas, la marche de la nature est très simple et toujours conforme à elle-même, puisqu'elle produit tous les grands mouvements des corps célestes par la gravitation ou l'attraction naturelle de ces corps ; et presque tous les petits mouvements des particules des corps par d'autres forces attractives ou répulsives entre ces particules ».

Cette méthode, formulée avec tant de netteté par Newton, et si heureusement illustrée par ses propres travaux, a été fidèlement suivie par les grands physiciens de son école, qui, à l'occasion, l'ont exposée à leur tour à peu près dans les mêmes termes. « Lorsqu'on a trouvé les lois expérimentales des phénomènes, dit Biot, il faut tâcher de les ramener à des causes mécaniques, c'est-à-dire d'assigner des systèmes de forces capables de produire les mêmes effets. Car si l'on peut y parvenir on se trouve élevé à la

(1) Newton, *Optique*, trad. par M... Conclusion.

(2) *Ibid.* Cf. *Phil. nat. princ.*, préf. : « Omnis enim philosophiæ difficultas in eo versari videtur ut a phenomenis motuum investigemus vires naturæ, deinde ab his viribus demonstremus phenomena reliqua ».

source même des phénomènes; on en connaît les rapports naturels et nécessaires; et au lieu de s'embarrasser dans le détail on n'a plus qu'à les envisager dans leurs principes, ce qui est incomparablement plus simple » ⁽¹⁾.

Non seulement, nous dit Ampère, Newton a réalisé les plus importantes découvertes « sur les causes des grands phénomènes de la nature », mais il a indiqué la vraie méthode qu'il faut suivre dans l'étude de la physique. De celle-ci, les recherches d'Ampère lui-même sur les phénomènes électrodynamiques nous offrent la plus claire et la plus frappante application. L'on ne peut soumettre directement à l'expérience des portions infiniment petites du circuit voltaïque. On commencera donc par « mesurer d'abord avec la plus grande exactitude des valeurs de l'action mutuelle de deux portions d'une grandeur finie, en les plaçant successivement, l'une par rapport à l'autre à différentes distances et dans différentes positions », et l'on observera aussi les principaux cas d'équilibre, où les conducteurs peuvent dans certaines limites varier de forme et de grandeur sans que l'équilibre soit troublé. Une fois que tous ces faits caractéristiques auront été recueillis, il faudra remonter jusqu'aux principes, découvrir par « une sorte de divination », l'hypothèse mécanique qui les explique. Heureusement que nous pouvons prévoir par avance la nature générale des forces qui agissent entre deux éléments de courants; elles sont certainement attractives ou répulsives et varient avec la distance. Grâce aux enseignements de la mécanique Newtonienne, le problème se trouve bien délimité. Il faut chercher « à exprimer par une formule la valeur de la force attractive ou répulsive de deux de leurs éléments (des conducteurs voltaïques) ou parties infiniment petites, afin de pouvoir en déduire par la méthode connue d'intégration l'action qui a lieu entre deux parties des conducteurs données de forme et de situation » ⁽²⁾. Ampère suppose *à priori* que ces forces sont inversement proportionnelles à une certaine puissance de la distance; proportionnelles aux intensités, et qu'elles varient avec l'orientation relative des éléments. Il écrit la formule générale et demande seulement à l'expérience de lever l'indétermination qu'elle contient encore.

Ainsi, dans la pensée de tous ces physiciens, la connaissance empirique n'est qu'une étape provisoire; on peut toujours en droit lui substituer une connaissance rationnelle qui part des principes.

⁽¹⁾ Biot, *Traité de phys. exp. et math.*, 1816, t. III, p. 190, *ibid.*, p. 255.

⁽²⁾ Ampère, *Théorie math. des ph. électro-dynamiques*, 2^e édit., p. 5.

Alors seulement la science atteint son point de perfection; alors les lois expérimentales reçoivent une éclatante confirmation, et comme elles n'étaient d'abord qu'approchées, on peut les corriger en les comparant aux formules exactes que l'on déduit de la théorie. Biot et Laplace ont nettement marqué l'importance de cette méthode de rectification. « Jusqu'ici, dit Laplace, la loi de la réfraction n'était qu'un simple résultat de l'observation, approchant de la vérité dans la limite des erreurs auxquelles les expériences les plus précises sont encore assujetties. Maintenant la simplicité de la loi d'action dont elle dépend doit la faire considérer comme une loi rigoureuse » ⁽¹⁾. Et Biot s'exprime presque dans les mêmes termes. Une loi « étant ainsi prouvée par les phénomènes, il faut tâcher de la démontrer par quelque principe mécanique, car jusque-là on ne peut la regarder que comme une approximation empirique, et son exactitude n'est prouvée que dans les limites d'erreur comportées par les expériences; au lieu que si elle satisfait aux lois générales de la mécanique, on pourra la regarder comme un résultat rigoureux » ⁽²⁾.

On comprend maintenant — et c'est le point sur lequel nous voulons appeler l'attention — pourquoi les disciples de Newton, comme ceux de Descartes, ont pu professer une confiance dogmatique dans l'œuvre de la science ⁽³⁾. Ils ont été dogmatiques, dans la mesure où ils ont cru à la possibilité d'une physique déductive et mécanique; et se sont représenté celle-ci — sous sa forme parfaite — comme un vaste système dont toutes les pièces seraient fortement soudées à quelques principes très simples.

De nos jours au contraire, nombre de physiciens et de philosophes ont perdu la foi dans les principes. Bien des causes peuvent être invoquées pour l'expliquer. D'abord comme on a vu bien des systèmes mécaniques se succéder et s'opposer les uns aux autres, on ne peut plus penser que la simplicité de leurs postulats, ou leur prétendue évidence soient une preuve suffisante de leur valeur. Le critère Cartésien de la certitude n'a pas conservé son crédit. L'enthousiasme provoqué par la découverte des principes mécaniques s'est atténué avec le temps, et quand on les examine avec sang froid on aperçoit à plein la fragilité des preuves sur lesquelles ils s'appuient.

⁽¹⁾ Laplace, *Exposition du système du monde*, liv. I, chap. XVIII.

⁽²⁾ Biot, *Op. cit.*, p. 351.

⁽³⁾ Nous ne prétendons pas d'ailleurs que tous les physiciens disciples de Newton furent sans restriction des dogmatiques. Les textes cités par M. Duhem (*Théorie physique*, chap. III, § 2) prouvent le contraire.

Mais nous croyons surtout que leur application à des problèmes plus complexes a révélé leur infécondité. Par cela même qu'ils sont très généraux ils ne nous apprennent rien de caractéristique sur aucun phénomène de la physique ou de la chimie.

Soit que nous soyons incapables « de construire la machine » et d'imaginer l'infinie complexité de ses rouages ; soit même, comme commencent à le dire certains auteurs presque disposés à revenir au Péripatétisme, que chaque système physique reconnaisse outre les principes généraux des principes propres, et que la marche de la Nature ne soit pas toujours « conforme à elle-même », nous ne pouvons utiliser les équations fondamentales de la mécanique et retrouver, grâce à elles, les lois expérimentales, qu'à la condition de leur adjoindre, dans chaque cas, un grand nombre d'hypothèses supplémentaires ; si bien qu'elles ne forment plus que l'une des pièces du système ; que celui-ci se complique et se grossit sans cesse d'une foule de notions empiriques ; et que la marche synthétique de la pensée n'est vraiment plus qu'une apparence. D'ailleurs — comme nous le verrons — les auteurs les plus modernes ont senti le besoin de donner à l'appareil de la mécanique une forme assez souple pour qu'il puisse commodément s'approprier aux conditions particulières de chaque problème. Mais quand on adopte des principes ployables en tous sens, on renonce du même coup à construire une physique déductive, au sens Cartésien du mot, et l'on peut seulement se proposer de donner une exposition symétrique de toutes les théories physiques.

L'insuccès de plus en plus manifeste de l'explication mécanique a provoqué une réaction sceptique, qui s'est accusée plus vivement à notre époque. Il ne reste plus d'autre ressource à la physique que de s'élever progressivement de l'observation attentive des faits à la connaissance des lois, et des lois les plus superficielles aux plus internes, sans qu'elle puisse, dans une contre épreuve, retrouver par une marche rationnelle les résultats expérimentaux. Or de tous temps on a signalé les imperfections et les lacunes de la méthode empirique, abandonnée à elle-même ; la confusion des données brutes de la perception, la difficulté de l'observation, le défaut d'exactitude des mesures, les erreurs de l'induction, les dangers de l'extrapolation, l'incertitude irrémédiable des hypothèses, qu'aucune comparaison avec l'expérience ne suffit jamais à démontrer, puisque le vrai peut se conclure du faux. Mais un moyen très commode se présente, qui nous dispense de l'effort logique nécessaire pour critiquer les opérations de la physique expérimentale et apprécier la valeur relative de chacune

d'elles, le degré de confiance qu'elles méritent. Condamnons-les en bloc et sans circonstances atténuantes. Et par suite ne demandons plus à la science de s'élever à l'intelligence du réel. Elle poursuit un but moins ambitieux ; elle ne tend qu'à créer des systèmes de symboles, grâce auxquels nous puissions nous représenter sans peine des phénomènes trop divers et trop multiples pour être directement embrassés ; elle ne vise qu'à « l'économie du savoir ». Telle est la conception nominaliste de la science, conception bien digne d'une époque de critique, où l'esprit, plus averti que vigoureux, perd en s'analysant confiance dans ses propres forces. Si l'on assimile la science à un art, l'art de combiner des signes pour en former un langage parfait, on n'a plus le droit de lui demander compte de ses méthodes. Car elle invente, elle ne démontre pas. Et il n'y a pas, à la rigueur, de logique de l'invention. Elle se justifiera en bloc par le succès. Ses théories seront bonnes quand elles auront réalisé une classification économique des faits.

On pourrait objecter aux nominalistes que des symboles ne peuvent représenter le réel qu'à la condition de l'exprimer en quelque manière et qu'ici l'art ne peut se distinguer radicalement du savoir. Beaucoup, croyons-nous, ne le nieraient pas. Mais ils considèrent la position prise par eux comme privilégiée, parce que justement elle les dispense de rechercher quel est le rapport précis du symbole à son objet et permet de répondre à cette question très délicate par une fin de non-recevoir. Sa prudence fait à la fois la force et la faiblesse de cette interprétation de la science. Il est vrai que certains auteurs sont allés plus loin, et qu'ils ont glissé insensiblement du nominalisme scientifique au nominalisme philosophique. Le concept se réduit au mot. La pensée ne fait que substituer des termes abstraits, définis et distincts à la masse mouvante et continue de nos perceptions sensibles. Et, comme celles-ci ne sont que des signes spatiaux de la réalité vraie, la pensée intellectuelle n'est que le signe d'un signe. Ainsi, pour ces auteurs, la critique de la science doit conduire aux plus importantes conclusions philosophiques..., à moins qu'au contraire la sévérité de celle-ci ne leur soit peut-être inspirée par une métaphysique latente.

Ces considérations préliminaires expliquent l'économie générale de notre ouvrage. L'idée nous en a été suggérée par l'observation du courant de scepticisme moderne et de ses causes.

Dans une première partie, nous nous sommes proposé d'étudier — sur des exemples précis — la forme, les conditions, la

portée de l'explication mécanique. Et, en fin de compte, nous en avons constaté l'échec, échec qui atteint en un point vital la conception Cartésienne de la science.

Mais Condillac gagne-t-il le procès que perd Descartes ? Et devons-nous lui accorder que « la science n'est qu'une langue bien faite » ? Pour nous, nous ne le pensons point. Et même nous ne parvenons pas à comprendre tout à fait cette interprétation. A prendre la question au point précis où le nominalisme la laisse, quand on cherche à s'expliquer pourquoi les symboles de la physique peuvent fournir une représentation du donné, il nous paraît difficile de conserver jusqu'au bout l'attitude nominaliste. Nous donnerons nos raisons dans la seconde partie de cet ouvrage. Nous essaierons de réhabiliter, dans la mesure légitime, la connaissance empirique et définirons les voies par lesquelles elle s'élève des faits aux concepts. C'est, en somme, une théorie de l'induction que nous aurons alors à présenter. Mais il y a bien des espèces d'induction, et elles n'ont pas toutes même valeur logique. La loi qualitative et la loi quantitative, la théorie expérimentale et la théorie mathématique ne reposent point toutes sur le même fondement et ne méritent pas la même confiance. Il faut donc se garder de mettre sur le même plan et de confondre sous le même nom toutes les opérations inductives. En les distinguant soigneusement, au contraire, on apercevra quel est le degré d'objectivité que comporte chacune des parties de la science.

PREMIÈRE PARTIE

CHAPITRE PREMIER

La mécanique formelle.

Les disciples de Descartes et ceux de Newton ont tous cru que l'explication d'un phénomène physique devait consister dans la construction du système mécanique capable de le produire. Dans leur pensée, les sciences de la nature n'avaient qu'à prendre modèle sur les mathématiques, puisqu'elles pouvaient en droit rattacher aux principes simples du mouvement toutes les lois expérimentales. Ils comptaient même sur la méthode déductive pour corriger les petites erreurs de l'expérience, qui n'est jamais qu'approchée, et obtenir enfin des énoncés rigoureux. En un mot les équations de la mécanique, traitées par les méthodes de l'analyse, devaient assurer au physicien la connaissance des lois véritables de la nature.

De nos jours nombre de savants et de philosophes s'inscrivent en faux contre cette prétention. Au dogmatisme ancien succède une réaction sceptique. Et rien ne l'a favorisée davantage, que l'effort tenté par de pénétrants critiques pour donner des principes de la mécanique un exposé exact et logique, exempt de ces pétitions de principes et de ces définitions verbales qui entachent les traités classiques les meilleurs.

Le doute provisoire et méthodique est devenu pour beaucoup un doute définitif. Pour avoir remis en question les notions fondamentales que bien de générations avaient acceptées par esprit de tradition et respect pour les maîtres, on a ébranlé la foi qu'elles inspiraient, et, en discutant la valeur des preuves sur lesquelles s'appuyaient les principes, on a découvert leur fragilité.

La mécanique a passé par deux phases successives. D'abord elle a été expérimentale; des chercheurs se sont appliqués à l'étude des mouvements particuliers et en ont décrit les circonstances, analysé les éléments, cherché les lois. Les travaux d'Archimède sur le levier, de Galilée sur la pesanteur et le plan incliné, de Huygens sur le mouvement pendulaire et sur le choc, de Képler et de Newton sur le mouvement des planètes illustrent cette méthode. « Galilée, dit E. Mach, possède l'esprit moderne, il ne se demande pas *pourquoi* les corps tombent, mais *comment* ils tombent; d'après quelle loi se meut un corps tombant librement. Pour déterminer ces lois, il fait certaines hypothèses; mais, au contraire d'Aristote, il ne se borne pas à les poser, il cherche à en prouver l'exactitude par l'expérience » (1). Mais peu de mouvements sont assez simples pour se prêter commodément à une étude directe. Alors, par une généralisation hardie, condensant en quelques formules simples les idées que l'expérience leur avait suggérées, des savants entreprirent de créer une mécanique universelle, qui s'appliquerait aussi bien au mouvement des grandes masses qu'aux mouvements insensibles des molécules et des atomes. Avec un sens remarquable de l'économie, Newton énonça ses principes sous une forme systématique. Plus tard on lui donna le nom de mécanique rationnelle, parce que sans doute elle se conforme à la méthode mathématique de Descartes, qui « commence par les objets les plus simples et les plus faciles à connaître, pour monter peu à peu comme par degrés jusques à la connaissance des plus composés ». Malheureusement nous ne pouvons plus aujourd'hui considérer la prétendue évidence des principes comme une garantie de leur vérité. Et d'un autre côté l'induction implicite dont ils sont nés ne présente pas, quand on la rétablit, les caractères d'une opération régulière. L'expérience les suggère, avons-nous dit, mais ne les démontre pas. Quant à la preuve indirecte tirée des incontestables services qu'ils ont rendus dans l'analyse d'un grand nombre de phénomènes physiques, elle ne suffit pas à nous satisfaire. Quand on cherche alors à bannir de la mécanique les hypothèses gratuites et les notions confuses, on est amené nécessairement à l'exposer comme une science *formelle*.

Expliquons-nous. Ses concepts ne prétendront plus exprimer des entités physiques. Elle n'énoncera plus les lois universelles et

(1) E. Mach, *La mécanique, Exposé historique et critique de son développement*, trad. E. Bertrand, p. 122.

définitives du mouvement, que nous ne pouvons connaître *à priori* ; et ne décidera plus si celles-ci sont simples ni quel en est le nombre. Mais elle indiquera quelle est la *forme* qu'il convient, pour des raisons d'analogie, de chercher, dans chaque étude particulière, aux lois des phénomènes mécaniques. Elle ne se présentera plus comme une science achevée ; mais comme une discipline très recommandable, parce qu'elle compte déjà de nombreux succès et que sa souplesse permet de l'adapter à l'étude d'un grand nombre d'objets différents. Pour bien la caractériser, il faudra l'appeler une méthode pour l'analyse des faits mécaniques ; ou une introduction à la science du mouvement. La méthode qu'elle contenait implicitement a été la partie vraiment durable de la Mécanique de Newton. C'est elle que l'on dégage lorsqu'on cherche à préciser ses énoncés. Nous essayerons de le montrer par la critique de ses principes.

Mais présentons d'abord une importante remarque. Toutes les propriétés du mouvement, qui sont susceptibles de mesure, s'exprimeront en fonction de la position du mobile et du temps. Il faut donc que le premier soin de la mécanique soit de choisir un système d'axes et une horloge. Toutes les connaissances scientifiques sont relatives ; nous définissons la position d'un point par rapport à d'autres points, et nous n'avons pas l'intuition d'un espace absolu. De même nous définissons la durée d'un mouvement par rapport à celle d'un autre mouvement, car nous ne pouvons jamais observer que la position simultanée de deux mobiles. Peut-on du moins, pour mesurer le temps, choisir un mouvement dont la durée soit certainement uniforme ? Non, car cette expression n'a point de sens expérimental ; la notion d'uniformité est elle-même relative, puisque nous ne connaissons pas plus le temps absolu que l'espace absolu. On dit, il est vrai, qu'un mouvement, qui se répète dans les mêmes circonstances, s'accomplit toujours dans des intervalles de temps égaux. Mais on a montré en termes décisifs ⁽¹⁾ que ce postulat est inapplicable. Par circonstances on entend certainement les circonstances mécaniques. Or, pour décider quelles sont les circonstances qui exercent ou n'exercent pas d'influence sur un mouvement, il faut déjà avoir construit une théorie mécanique, et pour construire une théorie mécanique, il faut d'abord savoir mesurer le temps. On ne saurait échapper au cercle vicieux. Veut-on établir que la

(1) C. Calinon, *Le temps et la force*, rev. phil., 1887, t. I.

rotation de la terre est uniforme? « A cet effet on compare l'angle de cette rotation aux indications d'un chronomètre, instrument qui est censé mesurer le temps avec une série de mouvements identiques, des oscillations par exemple qui se succèdent les unes aux autres; mais la rotation de la terre est précisément une constance de ces mouvements supposés identiques; il est donc impossible de savoir que ces mouvements sont identiques, si l'on ne connaît pas tout d'abord comment s'accomplit la rotation terrestre ».

Néanmoins, il ne faut pas croire que le choix d'une horloge ait été arbitraire. La mécanique classique a un grand mérite; appliquée à l'étude des mouvements les plus simples et les mieux observables, les mouvements astronomiques, la chute des graves, le choc, elle a toujours permis de déduire leur forme de lois générales et tout à fait indépendantes de la *date* particulière à laquelle ils avaient lieu.

On a trouvé par exemple, dans un grand nombre de cas, que l'accélération d'un mobile dépendait seulement de sa distance à d'autres corps. Que l'on change d'horloge au contraire, et qu'on choisisse pour mesurer le temps un des mouvements dont la vitesse, calculée au moyen des notations classiques, apparaît comme variable; on ne pourra plus apparemment, dans l'étude du mouvement, faire abstraction de la date. Le succès de la mécanique classique nous incline à penser que nous connaissons un temps homogène, puisque nous pouvons, par un choix convenable de repères, rattacher les phénomènes mécaniques à des lois invariables au cours de la durée. Mais les résultats obtenus, toujours partiels, ne justifient pas les affirmations dogmatiques. Le doute théorique est toujours permis, puisque nous ne savons pas, de prime abord, reconnaître à un signe simple un mouvement certainement uniforme. Tout ce que nous pouvons dire par conséquent, c'est que le choix de l'unité de temps s'est montré, en toutes circonstances, bien approprié aux besoins de la mécanique. Et cette constatation suffit pour le justifier, s'il faut voir dans la mécanique, comme il apparaîtra de plus en plus, moins une science du mouvement, qu'une méthode pour l'étude du mouvement.

Convenons donc, avant d'énoncer les principes, de rapporter, comme il est d'usage, la position du mobile aux étoiles fixes, et de prendre pour unité de temps la seconde du jour solaire moyen.

On a pu pendant longtemps conserver les principes sur lesquels

Newton avait fondé la mécanique, sans presque changer la forme de leur exposition. C'est une preuve remarquable de leur solidité. Et cependant un examen attentif révèle bien vite l'imperfection de leur énoncé, la confusion des notions essentielles, les pétitions de principes. Il importe d'en corriger l'expression, à qui veut saisir leur portée.

Newton s'appuie sur deux définitions et sur trois lois essentielles ⁽¹⁾.

DÉFINITION I. — La quantité de matière se mesure par la densité et le volume pris ensemble. Je désigne la quantité de matière par le mot de corps ou de masse. Cette quantité se connaît par le poids des corps : car j'ai prouvé, par des expériences très exactes sur les pendules, que les poids des corps sont proportionnels à leurs masses.

DÉFINITION II. — La force imprimée (*vis impressa*) est l'action par laquelle l'état du corps est changé, que cet état soit le repos ou le mouvement.

I. *Loi*. — Tout corps persévère dans l'état de repos ou de mouvement uniforme en ligne droite dans lequel il se trouve, à moins que quelque force n'agisse sur lui et ne le contraigne à changer d'état.

II. *Loi*. — Les changements qui arrivent dans le mouvement sont proportionnels à la force motrice et se font dans la ligne droite dans laquelle cette force a été imprimée.

III. *Loi*. — L'action est toujours égale et opposée à la réaction, c'est-à-dire que les actions de deux corps l'un sur l'autre sont toujours égales et dans des directions contraires.

Prise en elle-même, la définition de la force (déf. II) serait stérile. La mécanique, en effet, est une mathématique du mouvement, et à ce titre elle ne considère que des objets qui se prêtent à la mesure. Or la force, c'est-à-dire « l'action par laquelle l'état du corps est changé », ne peut se mesurer; et le seul fait qui tombe sous notre observation est le changement lui-même. Aussi beaucoup de critiques pensent-ils que la mécanique ne saurait connaître des causes, et qu'il faut en bannir la notion de la force, ou la traiter, si on l'admet, comme une grandeur dérivée, à la façon de la force vive ou du travail. Il est vrai que le changement d'état du mobile peut s'envisager à deux points de vue. Avant de se produire, il existe en puissance dans l'ensemble des circonstances qui le préparent : il apparaît alors comme un effort. Ensuite, il

(1) *Philosophiæ naturalis principia mathematica*.

passé à l'acte. Or ne pouvons-nous point déjà mesurer l'effort dans le cas particulier où le mouvement se trouve arrêté, dans le phénomène de l'équilibre? Telle est, semble-t-il, la pensée de Newton et il mesure la force par la pression.

Depuis, tous les traités classiques en ont donné une définition statique. Deux forces sont égales quand, opposées directement, elles se font équilibre, ou quand elles font également équilibre à une troisième, si bien que la tension du ressort d'un dynamomètre peut mesurer la force. Mais la simplicité de cet énoncé n'est qu'apparente. M. Poincaré a fait remarquer ⁽¹⁾ qu'il suppose l'application du principe de l'action et de la réaction. Et ce principe ne saurait même s'énoncer avec précision, si l'on n'a d'abord donné une expression numérique de la force.

Il faut donc prendre un autre biais pour définir celle-ci. D'ailleurs nous n'avons encore obtenu aucun gain. Si la force est « l'action par laquelle l'état du corps est changé », sa mesure statique reste sans portée tant qu'elle ne nous fait pas prévoir le mouvement que prendra le corps, quand l'obstacle sera levé. A l'expression statique doit donc s'ajouter une expression dynamique de la force, et c'est en égalant l'une et l'autre que l'on obtiendra l'équation fondamentale de la mécanique.

« Newton concevait toutes les circonstances déterminantes du mouvement, non seulement la gravité, mais aussi l'attraction des planètes, le magnétisme, etc... comme des déterminantes d'accélération » ⁽²⁾. La force qui agit sur un mobile est proportionnelle à l'accélération qu'il reçoit et dirigée dans le même sens. Mais cette proportion ne suffit pas à la déterminer. Newton distingue, à propos des forces centripètes, la « quantité accélératrice » (déf. VII), qui est proportionnelle à la vitesse produite dans l'unité de temps, et la « quantité motrice » (déf. VIII), qui est proportionnelle au mouvement, c'est-à-dire (d'après la déf. VIII) au produit de la masse par la vitesse. Cette dernière seule est la mesure dynamique de la force. Lorsque deux corps exercent une même pression, les quantités motrices des forces qui agissent sur chacun d'eux sont égales entre elles.

Si Newton pouvait le démontrer, les notions de la force et de la masse s'éclairciraient du même coup. En effet, la masse trouverait bien sa mesure dans le poids, puisque l'accélération de la pesanteur est la même pour tous les corps, comme le prouvent

⁽¹⁾ Poincaré, *Science et hypothèse*, ch. VI.

⁽²⁾ Mach, *op. cit.*, p. 188.

les expériences sur les pendules de mêmes longueurs et formés de matériaux différents ⁽¹⁾. Et la force deviendrait à son tour le produit de deux quantités mesurables. Au contraire, tant que cette proposition n'est pas établie, nous ne connaissons la masse que par une définition verbale : la quantité de matière. Et lorsque Newton ajoute qu'elle est le produit du volume par la densité, le cercle vicieux saute aux yeux. Aussi, peut-on prévoir que son obscurité gagnera l'exposition toute entière, et que d'avance elle en assure l'échec.

La pression exercée par un corps sur un support — on peut la mesurer par la tension du ressort d'un dynamomètre — varie avec l'accélération de la pesanteur. Mais dans un même lieu, un grand corps exerce une pression plus grande qu'un petit. « On acquiert aisément l'idée qu'elle sera égale au double, au triple, etc... si le plus grand est lui-même égal au double, au triple du plus petit. Nous voyons que la pression produite par le poids augmente, décroît ou s'évanouit avec la « quantité de matière » et avec l'intensité de l'accélération due à la pesanteur. La manière la plus simple dont nous puissions alors concevoir la pression p est de la concevoir comme pouvant être quantitativement représentée par le produit de la quantité de matière m et de l'accélération g , d'où : $p = mg$ » ⁽²⁾. Ce passage de la Mécanique de Mach explique bien la genèse du concept de masse, sa formation psychologique dans la pensée de Newton. Mais personne n'y verrait une démonstration logique. La portée de la conclusion dépasse singulièrement celle des prémisses. Et, d'ailleurs, nul argument, nulle expérience nouvelle ne peut l'établir avec rigueur, puisque la masse ne répond à aucun concept défini, mais seulement à une intuition confuse, et que nous ne savons pas la mesurer. Dès qu'on l'accepte, il est vrai, la dynamique se trouve fondée. Lorsque des corps différents et de poids p , p' exerceront une même pression, la connaissance de l'accélération des forces qui agissent sur l'un d'entre eux déterminera celle de tous les autres, puisque nous avons les équations :

$$\frac{p}{p'} = \frac{g'}{g}$$

Nous pourrions ainsi définir, par des lois générales, les accélérations que prennent les corps dans des circonstances déterminées.

⁽¹⁾ Mach, *op cit.*, p. 192.

⁽²⁾ *Ibid.*

Et c'est le but que poursuit Newton. L'analyse de quelques mouvements simples lui suggère l'idée qu'il faut, pour y parvenir, affecter chaque corps d'un coefficient constant, lequel *paraît* correspondre à la quantité de matière. Ainsi se forme le concept de masse. Mais, au lieu d'exposer la genèse de ses idées et de proposer sa méthode en laissant au succès le soin de la justifier, Newton obéit à une inspiration réaliste. Il veut attribuer à chaque concept une signification propre, et ne peut éviter ni les définitions verbales ni les cercles vicieux.

Le point faible de l'exposé de Newton réside dans le concept de la masse. On a cru quelquefois pouvoir dissiper toute obscurité en déduisant cette notion des deux principes de l'inertie et du mouvement relatif que l'on donne pour base à la mécanique. C'est la méthode suivie dans quelques traités classiques ⁽¹⁾. Tout changement dans l'état de repos d'un corps ou son mouvement uniforme, toute accélération est due à l'action d'une force. En s'appuyant sur le principe des mouvements relatifs, on démontre d'abord qu'une force constante, agissant sur un point matériel, lui communique un mouvement uniformément accéléré; puis que l'accélération produite par deux forces constantes et de même sens, appliquées en même temps à un même point matériel, est égale à la somme des accélérations que chacune lui communiquerait séparément; enfin, que les accélérations communiquées à un même point matériel par deux forces constantes sont proportionnelles à ces forces :

$$\frac{f}{g} = \frac{f'}{g'} = c.$$

C'est ce rapport constant que l'on appelle la masse du point. Mais on voit sans peine que cette déduction est illusoire. En effet, nous ne savons point ce qu'est la force ⁽²⁾. Et quand on parle de forces constantes appliquées à un point, de forces doubles, etc., on use de simples figures de langage. Le principe de l'inertie lui-même se réduit à cette convention d'attribuer une force au point qui prend une accélération. C'est une définition nominale. Aussi peut-on étendre la convention plus loin et dire que l'on attribuera la même force au point qui prendra la même accélération, qu'il

(1) Voy. par ex. P. Appell, *Traité de méc. rationnelle*, 1893, p. 87.

(2) M. Poincaré (*Science et hypothèse*, ch. VII) a très nettement montré que cette tentative pour déduire la loi des accélérations du principe des mouvements relatifs échoue parce qu'on n'a pas une définition de la force.

soit en repos ou en mouvement. Le principe des mouvements relatifs ne peut avoir d'autre sens, en l'absence d'une définition préalable de la force. La démonstration se poursuit alors avec rigueur; mais elle est aussi sans portée. La force, mesurée par l'accélération du point matériel, qui tombe seule sous notre observation, est conçue nécessairement comme proportionnelle à celle-ci. On aurait pu tout aussi bien le déclarer du premier coup et déduire de cette définition les deux principes de la mécanique ⁽¹⁾. La stérilité de ce résultat apparaîtrait aussitôt si l'on ne substituait dans la suite, par un étrange sophisme, à la définition nominale de la force celle du poids. On prend comme unité de force le poids du kilogramme étalon à Paris. Et comme l'accélération de la pesanteur est en ce point de 9,8, la masse du kilogramme est $\frac{1}{9.8}$. Mais comment n'aperçoit-on point que les résultats obtenus tout à l'heure, quand nous raisonnions sur des conventions, ne s'appliquent plus maintenant?

Dégagée de toute obscurité, la mécanique de Newton reconnaît, semble-t-il, les deux principes suivants :

1^o Lorsque, sous l'influence de circonstances quelconques, un corps fait équilibre à un poids, la valeur numérique de l'accélération qu'il prendrait, s'il était libre de toute liaison avec ce poids, est, à la valeur numérique de celui-ci, dans un rapport constant et qui dépend seulement de la nature de ce corps. Ce rapport constant est la masse.

2^o Lorsque deux corps agissent l'un sur l'autre, l'accélération de l'un est à chaque instant dirigée vers l'autre, et pour faire équilibre au mouvement de l'un et de l'autre, il faudrait à chaque instant leur faire supporter des poids égaux (Principe de l'action et de la réaction).

Mais, lorsqu'on a mis sous cette forme les principes de la mécanique Newtonienne, on s'aperçoit qu'on peut les ramener à l'unité. En effet, on peut en déduire immédiatement que les accélérations des deux corps déterminées par leur action réciproque sont inversement proportionnelles à leur masse. Car si on appelle p le poids

(1) On dirait : 1^o Quand un point prend une accélération, nous disons qu'il est soumis à une force et nous représentons celle-ci par une grandeur proportionnelle à cette accélération; 2^o il en résulte qu'un point dont l'accélération est nulle est soumis à une force nulle et réciproquement (inertie); 3^o que le point soit en mouvement ou en repos, s'il prend une accélération de même grandeur, de même direction et de même sens, c'est qu'une force de même grandeur, etc., s'exerce sur lui.

capable de faire équilibre à chacun d'eux, g , g' les accélérations ; on a, en vertu du premier principe :

$$p = m g = m' g'$$

Nous pouvons donc énoncer la proposition suivante dont l'intelligence ne suppose ni la notion de la masse, ni celle de la mesure de l'action par le poids :

Lorsque deux corps agissent l'un sur l'autre, les accélérations qu'ils se communiquent, dirigées de l'un vers l'autre et de sens opposés, sont inversement proportionnelles à des nombres constants et qui ne dépendent que de la nature des corps en présence. Si ces nombres constants sont m et m' dans l'action réciproque des corps 1 et 2, m et m'' dans celle des corps 1 et 3, ils seront m' et m'' dans celle des corps 2 et 3. On peut donc trouver des nombres m , m' , m'' tels que le rapport de deux quelconques d'entre eux représente l'inverse du rapport des accélérations que se communiqueraient les deux corps correspondants. Cette proposition unique, qui se déduit des deux principes formulés plus haut, peut les remplacer, puisqu'elle permet de définir la masse et énonce en termes précis la loi de l'action et de la réaction.

Tel est le nouvel exposé auquel conduit presque nécessairement l'analyse critique de la mécanique Newtonienne. Sentant la fécondité de la conception de Newton, les mécaniciens ont travaillé pendant longtemps à développer ses applications, sans se préoccuper d'en chercher une expression meilleure. Et les chapitres qui, dans les traités classiques, sont consacrés à l'énoncé des principes, ne se recommandent pas par la rigueur logique. Depuis quelques années, au contraire, un sérieux effort critique a été tenté. Son histoire ⁽¹⁾ offre un trait assez piquant. M. Blondlot présentait naguère au Congrès International de Philosophie un mémoire d'une netteté remarquable ⁽²⁾, où il proposait de donner pour base à la « Mécanique théorique, conventionnelle et fictive » le nouveau principe auquel nous a conduit tout à l'heure la critique des énoncés de Newton. M. Blondlot déclarait, dans son Avant-Propos, qu'il s'était inspiré des ouvrages de Kirchhoff et surtout du livre capital de E. Mach. « La Mécanique dans son développement,

(¹) On lira avec intérêt sur ce point l'article de M. Padé, dans la *Rev. gén. des Sciences*, an, 1904, p. 761 et suiv.

(²) Blondlot, *Exposé des principes de la mécanique*. Bibliothèque du Congrès International de Philosophie.

exposé historique et critique » ⁽¹⁾. La traduction française, parue en 1904, est précédée d'une introduction très élogieuse de M. E. Picard, dont nous détachons le passage suivant : « La discussion de cette notion capitale (de la masse) tient une grande place dans la remarquable critique faite par M. Mach des idées de Newton ; le mode d'exposition qu'il propose et qui lui offre l'avantage de rendre inutile l'énoncé du principe de l'égalité de l'action et de la réaction, se déroule de manière très cohérente et peut très bien être adopté ». Ainsi les idées de M. Mach reçurent en France un excellent accueil. Or le même système mécanique avait été construit, avec une sûreté admirable, par de Saint-Venant, dès 1851, dans un petit traité lithographié, qui reproduisait un groupe de leçons faites la même année et restées fort ignorées. Où de Saint-Venant a échoué, M. Mach a brillamment réussi, et sa théorie commence à s'imposer à l'attention du public Français. Ainsi s'est vérifié une fois de plus le proverbe : nul n'est prophète en son pays !

Après avoir résumé les faits d'observation, que la théorie mécanique doit expliquer, de Saint-Venant en propose l'interprétation suivante.

« Les corps se meuvent comme des systèmes de points ayant à chaque instant, dans l'espace, des accélérations dont les composantes géométriques, dirigées suivant leurs lignes de jonction deux à deux, et variables avec les grandeurs de ces lignes mais non avec les vitesses des points, sont constamment égales et opposées pour les deux points dont chaque ligne mesure la distance » ; en d'autres termes, ce sont « des systèmes de points à accélérations partielles réciproques » ⁽²⁾. La notion de la masse résulte de cette loi générale. « On donne le nom de masses à des nombres proportionnels à ceux des points élémentaires qu'il faut supposer dans les corps, comparativement les uns aux autres, pour exprimer leurs divers mouvements par cette loi, conformément à son énoncé » ⁽³⁾.

⁽¹⁾ *Die Mechanik in ihren Entwicklung, historisch-kritisch dargestellt* (Leipzig, Brockhaus, 1883).

Une traduction française, par M. E. Bertrand, a paru en 1904 (lib. A. Hermann). Après avoir développé et critiqué la mécanique de Newton, Mach explique qu'il « serait possible de simplifier beaucoup l'exposition de Newton et d'y introduire plus d'ordre et de méthode ». Il indique alors quelle forme il faudrait donner aux principes et aux définitions. (Voir p. 239 de la traduction française).

⁽²⁾ De Saint-Venant, *Principes de mécanique fondés sur la cinématique* (1851), § 78, p. 61.

⁽³⁾ *Ibid.*, § 81.

La force n'est qu'une notion dérivée. « La force, ou l'action attractive ou répulsive d'un corps sur un autre, est une ligne ayant pour grandeur le produit de la masse de celui-ci par l'accélération moyenne de ses points vers ceux du premier et pour direction celle de cette accélération » ⁽¹⁾. Tous les énoncés essentiels de la mécanique de M. Mach et de M. Blondlot se trouvent donc déjà dans le petit traité de Saint-Venant.

Le principe essentiel, formulé plus haut, et qui caractérise la mécanique de Saint-Venant et de Mach, permet de définir la masse, la force, et dispense d'énoncer la loi de l'action et de la réaction. Il suffit donc, pour fonder la science du mouvement, de lui adjoindre le principe du parallélogramme des forces, dont il est facile de corriger l'expression. Voici comment M. Blondlot le présente : « L'accélération que détermine sur un point matériel quelconque R l'ensemble de plusieurs points matériels A, B, C s'obtient en composant d'après la règle de la composition des vecteurs les accélérations que déterminent isolément les points A, B, C agissant successivement sur le point R » ⁽²⁾.

Les traités classiques exposaient la science, « en commençant par la statique traitée comme une sorte de science des causes ou des tendances, combinées ou composées entre elles, indépendamment de tout mouvement » ⁽³⁾. Il semble que l'on s'appliquait d'abord à mesurer les forces conçues comme des puissances exécutrices dans le cas privilégié de l'équilibre ; puis, à déduire de la connaissance de ces causes celle de leurs effets ou des mouvements engendrés par elles ⁽⁴⁾. Mais nous avons vu combien cette méthode comportait d'obscurités.

La nouvelle exposition de Saint-Venant et de Mach les évite. L'un et l'autre, en effet, renoncent à définir ce qui ne peut s'observer et à la notion confuse de la force substituent la loi des accélérations qu'échangent deux corps en présence. La force n'est plus, dans leur système, qu'un concept dérivé — le produit de deux autres quantités — dont on pourrait se passer, et que l'on conserve seulement pour la commodité du langage ⁽⁵⁾. C'est donc en écartant de la mécanique toute expression métaphysique, pour s'en tenir aux faits positifs, qu'on a pu la présenter sous une forme claire et cohérente.

⁽¹⁾ *Ibid.*, § 81.

⁽²⁾ Blondlot, *op. cit.*, p. 450.

⁽³⁾ De Saint-Venant, *op. cit.*, § 82.

⁽⁴⁾ Laplace définit encore la force comme la cause du mouvement.

⁽⁵⁾ Cf. Blondlot, *op. cit.*, p. 150.

Il subsiste peut-être, dans cette exposition, une dernière difficulté. Elle concerne la nature du point matériel. Tant que l'on n'a pas démontré le théorème du centre de gravité, on ne peut lui attribuer qu'une signification symbolique. C'est un être de raison. Mais cette difficulté peut être levée par une bonne définition de la mécanique rationnelle. Elle s'appuie sur un petit nombre d'hypothèses, qu'aucune expérience directe ne justifiera jamais, puisqu'elles concernent les actions élémentaires des corps. Il faut donc se garder de leur attribuer une valeur objective. La science qui les invoque n'est qu'une « mécanique théorique, conventionnelle, fictive », par opposition à la « mécanique réelle ou positive » (1). Elle pose librement ses définitions et en tire les conséquences, sans autre préoccupation que celle de la clarté et de la logique. Le mécanicien peut dès lors sans difficulté se donner un ensemble de points géométriques, et rechercher quels mouvements se produiraient s'ils formaient un système à accélérations partielles réciproques. A l'expérience de décider ensuite s'il est possible de représenter les mouvements réels par une distribution convenable de points dont le nombre soit, en chaque région, proportionnel à la densité de la matière. En un mot, la mécanique théorique se borne à « créer des formes », auxquelles l'expérimentateur comparera les faits d'observation. Elle ne se présente pas comme une science du mouvement, mais comme une méthode pour représenter le mouvement.

*
* * *

On ne peut reprocher à l'exposition de Saint-Venant et de Mach aucune faute de logique. Et cependant, pour des raisons que nous allons dire, nous essayerons d'en ébaucher une autre. D'abord on peut douter qu'une représentation atomistique du mouvement soit opportune. Elle rencontre peut-être dans certaines théories, celles de la capillarité et de l'élasticité par exemple, des difficultés insolubles (2). Mais sans y insister, remarquons qu'il est le plus souvent impossible au physicien de remonter jusqu'aux actions élémentaires, qui s'exercent dans les systèmes matériels, et d'en déduire leurs changements apparents. On est obligé de simplifier un problème qui serait inextricable; d'une façon générale, on soumet le système à des forces de liaisons, sur la nature desquelles

(1) Blondlot, *op. cit.*, p. 447.

(2) On en trouvera l'exposé le moins technique dans l'ouvrage de M. Duhem, *L'évolution de la mécanique*, ch. II.

nous insisterons plus loin, et qui comportent, comme nous le verrons, une définition empirique. Or, malgré la loyale distinction que M. Blondlot a soin de faire entre la mécanique théorique et la mécanique réelle, lorsqu'on représente les éléments des corps par des points, et qu'on se donne par hypothèse la loi générale des accélérations que ceux-ci se communiquent deux à deux, on favorise l'illusion que la mécanique cherche à déduire d'une formule simple, comme celle de l'attraction Newtonienne, toutes les lois du mouvement. Il n'est pas, à notre avis, plus grande erreur. Et toute la première partie de cet ouvrage est dirigée contre elle. Mais comment ne paraîtrait-on pas la confirmer, quand on représente les corps par des systèmes de points, identiques les uns aux autres, sans aucune individualité, et qu'on écrit la formule de leurs actions réciproques, qui, par une sorte de raison de symétrie, ne peuvent qu'être dirigées suivant les droites qui les joignent deux à deux, et ne peuvent varier qu'avec la distance?

En outre l'exposition de Mach est synthétique, puisque toutes les notions essentielles de la dynamique se trouvent condensées dans l'énoncé d'une loi simple. A suivre cette marche, elle gagne sans doute beaucoup en élégance et en concision. Et celle-ci convient peut-être mieux que toute autre à la théorie, le jour où elle a pris une pleine conscience d'elle-même. Cette méthode a par contre le défaut de laisser dans l'ombre la genèse des notions mécaniques, issues de l'expérience par une généralisation dont il importe de souligner le caractère, si l'on veut comprendre leur véritable portée. Ces remarques nous invitent à tenter une exposition analytique. Nous suivrons l'ordre historique, qui nous paraît être le plus instructif.

La mécanique a commencé par l'analyse des mouvements réels les plus simples et l'étude expérimentale de leurs lois. Presque aussitôt d'ailleurs, par une extension hardie, on les a appliquées à tous les phénomènes mécaniques, aux mouvements des grandes masses et à ceux des dernières parties de la matière, que l'observation n'atteint pas, ou n'atteint que dans quelques-uns de leurs effets éloignés et dont l'existence même reste hypothétique. Or cette généralisation n'offre pas les garanties d'une induction régulière. Pourquoi néanmoins les fondateurs de la dynamique l'ont-ils faite spontanément, et pourquoi l'énoncé de ces principes universels a-t-il été accepté sans discussion par leurs disciples? On en trouve l'explication dans leur caractère formel. D'abord on peut aisément les présenter comme des règles de méthode qu'il

convient d'essayer avant toutes les autres dans l'analyse des phénomènes mécaniques, parce qu'elles sont les mieux appropriées aux besoins d'une science du mouvement. C'est pour des motifs techniques que la tradition s'en fixe si aisément. En outre leur caractère même de très grande généralité rend moins hasardeux qu'on ne pourrait croire le succès de leur application. En effet, on comprend que dans chaque problème particulier il faudra leur adjoindre tout un lot d'hypothèses accessoires. Et il reste encore assez de ressources dans le choix et la combinaison de celles-ci pour que le mécanicien puisse obtenir une représentation satisfaisante des phénomènes. En un mot, l'adhésion aux principes ne limite pas beaucoup sa liberté d'action.

Un des premiers mouvements que l'on ait étudiés de près est celui des corps pesants. Galilée détermina les circonstances de leur chute libre ou de leur mouvement sur un plan incliné. La vitesse du mobile en un point de sa trajectoire dépend de sa vitesse initiale et du temps pendant lequel il est tombé. Au contraire, l'accélération est indépendante de toutes ces conditions accidentelles. C'est une constante. D'ailleurs, la connaissance de sa valeur permet de retrouver, par intégration, tous les autres éléments du mouvement quand on se donne les conditions initiales. Si bien que pour énoncer la loi générale de la chute d'un corps grave la méthode consiste à définir son accélération : c'est un mouvement uniformément accéléré. On obtint un résultat analogue quand on soumit au calcul les révolutions des planètes. Képler, dans des lois célèbres, en avait complètement déterminé les caractères. La part contributive de Newton consista dans un calcul, fort difficile de son temps, celui de l'accélération ; il déduisit des lois de Képler qu'elle était toujours dirigée vers le soleil et en raison inverse du carré de la distance. Et, réciproquement, un corps qui recevrait constamment une accélération dirigée vers le soleil, et en raison inverse du carré de la distance, suivrait les lois de Képler. La loi de l'attraction Newtonienne est plus simple et plus générale que les lois de Képler ; puisque, tout à fait indépendante des conditions particulières dans lesquelles la révolution de chaque planète a commencé, elle permet encore de prévoir sa forme dans d'autres conditions, dans le cas, par exemple, où la planète serait placée en présence du soleil sans vitesse initiale. C'est donc elle qui répond le mieux à l'objet de la mécanique, si, comme le dit Hertz, son problème essentiel consiste, quand on connaît les mouvements qui se produisent dans certaines condi-

tions, « à prévoir quels sont les mouvements qui se produiraient dans d'autres conditions données ». Ainsi l'observation de la pesanteur et celle des planètes *suggèrent l'idée* qu'il faut, pour trouver la loi générale d'un mouvement, exprimer la valeur de son accélération en fonction des circonstances où il se produit, que les équations de la mécanique, en d'autres termes, sont des équations différentielles du second ordre.

L'étude d'une autre classe de mouvements, entreprise avec la préoccupation de dégager les lois les plus générales, conduit à la notion de masse. Envisageons, par exemple, l'organe essentiel d'une machine d'Atwood, une poulie sur laquelle passe un fil de soie très léger, supportant à ses extrémités des poids qui se font équilibre. Sur l'un de ces poids P plaçons un petit poids additionnel p ; l'équilibre sera rompu, et le système prendra un mouvement d'accélération constante et égale à g . Remplaçons les poids P par des poids P' ; sous l'action de p , le nouveau système recevra une autre accélération g' . D'ailleurs quel que soit le poids additionnel p , le rapport des accélérations des deux systèmes sera le même ⁽¹⁾. Si bien que connaissant une fois pour toutes la valeur de celui-ci, l'observation du système P nous fera prévoir le mouvement du système P' dans les mêmes circonstances. D'une façon générale, une première série d'expériences nous permet de déterminer des nombres $M, M', \text{etc.}$, tels que le produit de chacun d'eux par l'accélération du système de poids correspondant ait une valeur constante, pour un même poids additionnel p . Ces nombres sont les masses, ces produits sont les forces. L'examen d'un grand nombre de phénomènes démontre l'opportunité de ces notions. Souvent des corps différents, placés dans des conditions équivalentes, prennent des mouvements différents; mais, toutes choses égales, le produit de la masse par l'accélération conserve pour tous la même valeur. Il en est ainsi pour des poids qu'entraîne un ressort qui se détend; des pistons repoussés par un gaz comprimé dans une enceinte; des corps de même volume, plongés dans un liquide et qui subissent la pression d'Archimède... Supposez que l'on cherche à définir l'accélération; autant de corps, autant de définitions particulières. Au contraire, dès que l'on porte son attention sur la force, on voit qu'une loi générale embrasse tous les

(1) Pour simplifier l'exposition, nous supposons que la masse de p est négligeable en regard de celle de P ; et nous n'en tenons pas compte. Mais il serait très facile d'en tenir compte.

cas. Les notions de la masse et de la force ont donc pour objet l'énoncé des lois les plus simples et les plus générales du mouvement.

Il sera sans doute permis au philosophe de chercher une interprétation plus profonde. Et l'on n'est pas réduit tout à fait à considérer la masse, suivant une expression de M. Poincaré, comme « un nombre qu'il est commode d'introduire dans le calcul ». Mais la science n'a pas besoin de chercher le sens métaphysique des notions, et il convient même qu'elle ne s'y hasarde pas. Soulignons néanmoins en passant quelques indications que fournit notre analyse.

La force, dont la valeur dans une classe nombreuse de phénomènes est indépendante de la nature particulière du corps sur lequel elle s'exerce, semble représenter le facteur le plus abstrait du mouvement. Comme d'ailleurs nous avons toujours une tendance à réaliser les abstractions, on la traite souvent comme une véritable entité. On parle d'une force que l'on applique à un corps, puis à un autre, que l'on transporte dans le sens de sa propre direction, etc... Il faut éviter ces expressions vicieuses, ou ne s'en servir qu'en connaissance de cause, et seulement pour la commodité du langage. Comme en outre de l'expression de la force on peut déduire le mouvement d'un grand nombre de corps, on peut bien la considérer comme la cause, au sens qu'Aristote donnait à ce mot, quand il disait que, dans le syllogisme, le moyen est cause. Mais souvent encore on emploie cette expression sans la préciser, ou on lui donne une signification inacceptable. Enfin la masse, considérée comme le diviseur de la force, représente bien la résistance que le corps oppose au mouvement, cette force d'inertie où Leibnitz voyait la propriété essentielle de la matière, et qu'il reprochait à Descartes d'avoir complètement méconnue.

Notre analyse des notions fondamentales de la masse et de la force met en évidence le caractère formel de la mécanique théorique. Celle-ci ne nous présente pas encore les lois du mouvement; elle nous indique seulement la méthode qu'il faut suivre pour les découvrir expérimentalement, le sens dans lequel nous devons nous orienter. Pour apercevoir les lois les plus générales et les plus simples, il faut essayer d'exprimer le produit de l'accélération et de la masse en fonction des circonstances du mouvement. Voilà la seule indication qu'elle nous donne. En outre, ces concepts de la masse et de la force eux-mêmes reposent sur l'analyse d'un très petit nombre de faits. Par quelle opération régulière pourrait-on les étendre à tous les phénomènes mécaniques? L'expérience ne

fait que les suggérer. Mais n'oublions pas que la mécanique ne nous propose qu'une méthode pour la recherche des lois physiques. Cette modération dans ses prétentions écarte les difficultés. Une méthode se justifie à l'usage par les succès qu'elle obtient.

Nous nous appliquons à présenter les principes comme des règles de méthode plutôt que comme des lois de la nature. On nous objectera peut-être qu'il est impossible de distinguer radicalement ces deux concepts, et qu'on ne comprend pas comment une règle peut être utile si elle n'est pas vraie de quelque manière. Nous n'en disconvenons pas pour notre part. Mais la méthode d'exposition que nous indiquons a le grand avantage de nous dispenser de fournir, au début de la mécanique, la preuve impossible de leur valeur objective, et de leur attribuer une rigidité qu'ils perdront peut-être un jour si l'étude de phénomènes nouveaux et imprévus oblige les théoriciens à modifier ou à compliquer leur énoncé.

Nous insisterons quelque peu sur la règle de la composition des forces. Il est clair qu'elle ne peut pas se démontrer. La tentative de Poisson ⁽¹⁾, si ingénieuse qu'elle soit, apparaît à un examen attentif comme un artifice. On admet en détail dans la discussion ce que l'on veut prouver en gros. Il est facile de reconnaître les hypothèses successives que fait Poisson. Les voici : 1° Appliquées en un même point, deux forces égales, de même direction et de sens différent, se font équilibre ; 2° deux forces égales, de même direction et de même sens, donnent une résultante égale à leur somme ; 3° la résultante de deux forces égales et de direction quelconque est dirigée suivant la bissectrice de l'angle qu'elles forment ; 4° quelle que soit la nature particulière des forces en présence, l'intensité de la résultante est déterminée par une même fonction des intensités des deux composantes et de l'angle qu'elles forment ; 5° lorsque plusieurs forces A, B, C, etc., concourent en un même point, l'on peut, pour trouver leur résultante, les grouper de quelque manière que ce soit, déterminer tour à tour les résultantes de chacun de ces groupes de forces, et enfin prendre les résultantes de ces dernières.

Appelons particulièrement l'attention sur les premières hypothèses. A la base de toutes, on retrouve l'idée suivante : les forces appliquées à un même point matériel restent indépendantes les unes des autres, ou, puisque les forces ne se manifestent que

(1) V. M. Appell, *Cours de mécanique rationnelle*, p. 6 sqq.

par leurs effets, les accélérations que produirait chacune d'elles isolément se retrouvent *autant que possible* dans l'accélération qu'elles produisent par leur réunion. Si elles ont même direction et même sens la résultante sera une somme arithmétique; une somme algébrique, si elles ont même direction et des sens différents. Mais justement cette indépendance des actions des forces, que l'on est bien obligé de postuler, n'est autre chose que la question à démontrer. Si on l'admettait, en effet, on en conclurait clairement que l'accélération produite par des forces concourantes ne peut être qu'une somme géométrique. On n'échappe donc point à la nécessité de formuler une hypothèse presque équivalente à la proposition que l'on veut établir. Déclarera-t-on que cette hypothèse est évidente? Mais aucune raison n'est plus élastique que celle-là. Cette hypothèse, d'ailleurs, si elle est vraie, définit la nature propre, originale des phénomènes mécaniques. Une hypothèse analogue, en effet, ne pourrait plus du tout convenir à d'autres classes de faits, par exemple aux faits psychiques⁽¹⁾. Car, en l'appliquant, on conclurait qu'une excitation double produit une sensation double et que la sensation croît comme l'excitation. Le postulat de l'indépendance des actions des forces ne saurait donc avoir l'évidence des vérités universelles. S'il concerne un caractère particulier des faits mécaniques, nous ne pouvons le connaître par une intuition *à priori* de l'esprit.

D'ailleurs, la généralité même du principe nous empêche de le dégager de l'expérience par une induction régulière. Ce n'est donc ni un axiome, ni une vérité expérimentale, ni une vérité démontrable. Comment donc le justifier? On y parvient aisément si l'on change de méthode d'exposition. Il faut le présenter comme la règle qui s'offre la première pour l'analyse du mouvement, parce qu'elle est la plus simple —. La mécanique se propose de ramener à des lois générales les mouvements des corps. Pour y parvenir, elle doit distinguer les unes des autres les circonstances élémen-

(1) D'une façon générale on a dit, avec raison, que la conscience n'était pas une somme d'états de conscience. Chaque état agit et réagit sur tous les autres et comme ils se modifient par leur groupement, on ne peut trouver une règle simple pour composer leurs effets. Aucune règle analogue à celle de l'indépendance des effets des forces ne peut s'appliquer à la conscience. C'est là une des principales difficultés que rencontre la psychologie.

On peut en conclure aussi que toutes les métaphores mécaniques dont on se sert parfois pour représenter les faits de conscience, celles dont use Herbart, par exemple, dans sa théorie de la volonté, sont tout à fait déplacées.

taires qui président à la production de ces mouvements, et définir l'influence de chacune d'elles prise à part. Comme d'ailleurs les circonstances du mouvement sont des déterminantes d'accélération, c'est l'accélération produite par l'action isolée de chacune d'elles qu'elle recherchera. Puis il faut qu'elle trouve une règle qui lui permette de déduire, de la connaissance de ces actions élémentaires, l'action commune qu'elles exercent quand elles sont réunies, c'est-à-dire l'accélération que prend le mobile sous les influences combinées de toutes. Sinon, tout groupement particulier de circonstances mécaniques constituerait un fait nouveau, irréductible, qui devrait être étudié à part ; et l'on devrait abandonner l'espoir de découvrir des lois générales. Mais quelle sera la forme de cette règle, que notre besoin de synthèse réclame ? On lui donnera la forme la plus simple, si l'on admet que l'influence propre de chacune des circonstances se retrouve autant que possible dans leur influence commune ; et que l'accélération du mobile est une somme de termes, somme géométrique, puisque les accélérations peuvent se représenter par des vecteurs de directions et de sens différents. On cherchera donc tout d'abord à exprimer les lois du mouvement en composant entre elles selon la règle de la composition des vecteurs chacune des accélérations que produirait dans le corps chacune des circonstances que l'analyse du système mécanique a révélées.

Pour achever de montrer le caractère de cette règle, il faut présenter une dernière remarque. Si l'on ne peut en donner une démonstration expérimentale, par contre, après l'avoir adoptée, le physicien a mille ressources pour éluder les contradictions de l'expérience. Supposons que l'on étudie le mouvement d'un disque qui tourne autour d'un axe fixe, plongé tout entier dans un liquide et entraîné par la chute d'un poids dans l'air ⁽¹⁾. L'observation nous fera connaître un certain nombre de valeurs discontinues $e_1, e_2 \dots e_n$ de l'espace parcouru par le poids moteur au bout des temps $t_1, t_2 \dots t_n$. Le tableau de ces nombres mis respectivement en regard les uns des autres représentera le résultat brut de l'expérience. Mais pour formuler la loi générale du phénomène, il faudra trouver une fonction continue de t , soit e , telle que e prenne les valeurs $e_1 \dots e_n$ lorsque t prend les valeurs correspondantes $t_1 \dots t_n$. C'est un problème d'interpolation. Mais il existe une infinité de fonc-

(1) Voy. un article de M. Bouasse (*Rev. de mét. et de mor.*, janv. 1899) où les opérations que fait successivement le physicien dans l'analyse de ce mouvement sont très clairement décrites.

tions qui satisfont à cette condition, et des considérations théoriques peuvent seules guider le physicien dans son choix. En fait, il se proposera d'en découvrir une qui assigne à l'accélération du mobile la forme d'une somme de deux termes : l'un positif et constant représentant l'action de la pesanteur, l'autre négatif et proportionnel à la vitesse représentant l'action retardatrice du frottement que le liquide exerce contre le disque. Cette expérience vérifiera alors la règle de la composition des forces. Mais comment la contredirait-elle puisque cette règle elle-même a dirigé la coordination des données brutes de l'expérience et présidé à la construction de la loi mécanique. Ce n'est jamais à l'expérience brute que l'on peut comparer les principes, mais à l'expérience interprétée et interprétée à la lumière des principes. Et c'est pourquoi il y a bien des chances pour qu'ils sortent heureusement de cette épreuve.

Supposons d'ailleurs que l'accélération d'un mobile observée dans les circonstances a , b , c , etc..., ne soit pas la somme géométrique des accélérations g_a , g_b , g_c ... qu'il prendrait dans chacune d'elles si elles se réalisaient séparément. Qu'en conclurait le physicien? Il admettrait certainement que quelque circonstance du mouvement a échappé à son examen. Et la complexité des faits, la difficulté de l'analyse, les lacunes de notre observation justifieraient certainement son hypothèse. Le physicien supposerait en outre que l'accélération due à cette circonstance inconnue est justement égale à la différence

$$g - (g_a + g_b + g_c)$$

et ainsi il sauverait le principe. Les difficultés du contrôle expérimental, quand on l'applique aux principes, nous empêchent à la fois d'espérer une démonstration rigoureuse et de redouter un démenti définitif. Mais alors ne convient-il pas de présenter les principes non pas comme des vérités objectives, mais comme les règles d'une méthode particulièrement simple, dont l'usage doit être d'abord essayé, et de justifier chacun d'eux par sa place dans la méthode?

Nous ne mentionnerons que pour mémoire le dernier principe de la mécanique Newtonienne : celui de l'égalité de l'action et de la réaction. Il donnerait lieu aux mêmes remarques. Il est aussi aisé d'en montrer l'opportunité qu'il serait difficile de le démontrer. Il permet de déterminer la force qu'un corps exerce sur un

autre, alors même qu'on ne peut la mesurer directement. Si un piston se meut dans un cylindre où il comprime un gaz, nous connaissons facilement l'action du gaz sur le cylindre et nous en déduirons celle du cylindre sur le gaz. Il nous offre le moyen pratique de mesurer les masses par l'observation de l'équilibre des corps pesants, puisque l'accélération de la pesanteur est la même pour tous les corps. Et il justifie l'usage de la balance.

La mécanique dont nous venons de résumer les principes n'est pas encore une science du mouvement, puisqu'elle ne nous en fait pas connaître les lois et qu'elle se borne à nous indiquer la méthode qu'il convient de suivre en premier lieu pour les découvrir.

On en marquerait très exactement le caractère et l'on dissiperait bien des confusions, en l'appelant une Introduction à la Science du Mouvement. Pour trouver des lois générales, elle nous propose d'*analyser* les circonstances des phénomènes mécaniques, de faire correspondre à chacune d'elles une accélération élémentaire, ou si l'on veut une force, — pourvu qu'on ne donne au mot aucun sens métaphysique et qu'on définisse la force comme un produit, — puis de reconstituer le mouvement réel du corps en composant entr'elles ces accélérations élémentaires suivant la règle des vecteurs. Mais c'est à l'observation qu'il faudra recourir pour déterminer, dans l'étude de chaque phénomène physique, la nature des forces. Toutefois, les mécaniciens résolvent un grand nombre de problèmes théoriques où ils se donnent par hypothèse la valeur des forces, celle des masses et les conditions initiales. C'est l'objet de la science qu'on appelle en France la mécanique rationnelle, laquelle n'est qu'une branche des mathématiques. Mais en résolvant ces problèmes théoriques, on définit des types variés de mouvement. On pourra leur comparer les mouvements réels observés dans la nature, et lorsque la correspondance sera satisfaisante et que les écarts resteront de l'ordre des erreurs expérimentales, le physicien, qui pourra substituer au phénomène observé le modèle construit par la mécanique rationnelle, trouvera résolu par avance les problèmes d'analyse auxquels donne lieu l'étude de ces mouvements.

*
* * *

Le caractère formel des principes de la mécanique classique s'accuse à mesure qu'on les définit plus exactement. Ne suffirait-il pas cependant de leur adjoindre une hypothèse simple sur la nature des forces qui s'exercent entre les derniers éléments des corps,

pour qu'elle devint aussitôt une science complète et définitive du mouvement? Ne pouvons-nous pas espérer qu'une intuition heureuse nous découvrira la véritable hypothèse, si elle est simple, si les forces naturelles se laissent ramener à l'unité, et si les systèmes mécaniques ne diffèrent les uns des autres que par le nombre et la disposition initiale de leurs éléments? On a cru longtemps, en effet, que la mécanique théorique n'avait qu'un pas à faire pour se transformer en une science générale de la nature. Si les corps sont composés, en dernière analyse, de points matériels qui ne diffèrent les uns des autres que par leur masse, les forces élémentaires qui s'exercent entre deux d'entre eux ne peuvent dépendre que de leurs distances et de leurs masses; par raison de symétrie, elles doivent être dirigées selon la droite qui les joint. Sans doute, alors, une formule simple en peut déterminer la valeur. Et, en effet, l'idéal de la mécanique a été pendant longtemps de découvrir cette expression dont se déduirait en droit la forme de tous les mouvements dont la nature nous offre le spectacle; au moyen de laquelle on pourrait même retrouver — par un calcul rigoureux — toutes les lois de la physique, s'il est vrai que tout problème de physique se ramène en fin de compte à un problème de mécanique.

Pour les disciples de Newton, qui restèrent longtemps sous l'impression de ses belles découvertes, l'explication d'un phénomène physique consistait à le reproduire en disposant convenablement des points matériels qui s'attiraient ou se repoussaient selon une certaine fonction de leurs distances. Ils pensaient donc que la mécanique peut servir de base à une physique déductive, et comme elle reposait elle-même sur un très petit nombre de principes, la science du monde matériel devait offrir, en se développant, l'aspect d'un enchaînement rationnel de vérités, analogue à celui des vérités mathématiques. Le dogmatisme scientifique s'inspirait directement de cette conception.

Nous verrons, dans les prochains chapitres, si ces promesses peuvent être tenues. Mais signalons dès à présent une nouvelle méthode, qui n'a pas tardé à s'introduire dans la mécanique, et qui, si elle assurait à ses calculs une merveilleuse souplesse, devait détruire la belle simplicité de son plan primitif. Lorsque l'on pousse l'analyse d'un système matériel jusqu'à ses derniers éléments et que l'on représente ceux-ci par des points dépourvus de toute autre qualité que la masse, on est fatalement amené à penser que les actions qui s'exercent entre ces éléments

obéissent à des lois uniformes qu'une seule et même formule peut résumer. Mais, à vouloir décomposer ainsi la matière et suivre les trajectoires de ses dernières parties, on se heurte à des problèmes d'une complexité telle que la solution dépasse tous nos moyens de calcul. On est donc réduit à chercher nécessairement des simplifications. Or, le plus souvent, l'état d'un système dépend d'un nombre plus ou moins grand de paramètres que *l'expérience nous fait connaître*, et l'on ramène l'étude mécanique de ces systèmes à des problèmes plus facilement abordables, si l'on s'applique à représenter leur mouvement au moyen d'équations différentielles du second ordre de certaines fonctions de ces paramètres. Ces fonctions, la mécanique de Lagrange nous apprend à les former. Sa méthode consiste à déduire le mouvement du système, non seulement des forces qui agissent sur lui, mais encore des *liaisons* auxquelles il est soumis. Et, comme le principe de d'Alembert s'applique justement aux systèmes à liaisons, c'est sur ce principe qu'elle repose.

Les équations de d'Alembert peuvent se déduire des équations ordinaires de la mécanique, si l'on adopte une méthode nouvelle dans la définition des forces. C'est ce caractère nouveau qui fait l'originalité du principe et le rend irréductible aux principes primitifs de la mécanique.

On dit qu'un système est soumis à des liaisons lorsque, par hypothèse, les coordonnées de ses points doivent satisfaire à un certain nombre d'équations.

Supposons, par exemple, que l'on ait les relations suivantes :

$$\begin{aligned} f_1(x_1 y_1 z_1 \dots x_n y_n z_n t) &= 0 \\ \dots\dots\dots h &< 3n \\ f_h(x_1 y_1 z_1 \dots x_n y_n z_n t) &= 0 \end{aligned}$$

On connaît certaines forces X, Y, Z, etc... qui agissent sur le système; mais, si elles agissaient seules, le mouvement engendré par elles ne satisferait pas aux liaisons. Il faut donc supposer que le système est soumis à d'autres forces que les forces données, et il s'agit justement de les définir. Mais, si l'on ne faisait pas une nouvelle hypothèse sur la nature des forces *de liaison*, le problème resterait indéterminé, car on pourrait trouver une infinité de systèmes de forces qui, jointes aux forces données, produiraient un mouvement conforme aux liaisons. On suppose alors que les forces de liaisons accomplissent un travail nul dans

tous les déplacements possibles du système. Et l'on peut ainsi résoudre le problème. Soient, en effet, X , Y , Z , les forces incon-
nues de liaison.

Les équations du mouvement deviendront :

$$X_1 + X_1 = m \frac{d^2 x_1}{dt^2}, \text{ etc. } \dots \quad (1)$$

Mais l'on doit avoir :

$$X_1 \delta x_1 + \dots + Z_n \delta z_n = 0 \quad (2)$$

pour toutes les valeurs $\delta x \dots$ compatibles avec les liaisons. En appliquant la méthode des coefficients indéterminés de Lagrange, on pourra écrire :

$$X_1 = \lambda_1 f'_{1x_1} + \dots + \lambda_h f'_{hx_1} \quad (3)$$

Et en portant ces valeurs de x dans l'équation (1) :

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{d^2 x_1}{dt^2} = X_1 + \lambda_1 f'_{1x_1} + \dots + \lambda_h f'_{hx_1} \\ \text{etc. } \dots \end{array} \right. \quad (4)$$

Les $3n$ équations (4), jointes aux h équations de liaisons, détermineront les coordonnées des n points en fonction du temps et, de plus, les h paramètres λ .

Se donner des liaisons, c'est se donner implicitement des forces de liaison définies comme nous l'avons fait. Celles-ci ont un caractère remarquable : elles ne dépendent pas seulement de la position relative des points du système, mais aussi des forces données, en sorte qu'il est impossible d'en trouver une formule générale.

C'est à l'expérience que l'on demandera de connaître en général les liaisons auxquelles un système est soumis. En adoptant le principe de d'Alembert, la mécanique s'ouvre, par conséquent, à l'empirisme. Ou bien, dans chaque théorie, on les déterminera par des hypothèses spéciales, et, comme rien ne limite la liberté de notre choix, on disposera d'une méthode extrêmement souple pour la représentation des mouvements. Mais, à mesure que l'on imaginera un plus grand nombre d'espèces de liaisons, les hypo-

thèses de la mécanique se compliqueront de plus en plus ⁽¹⁾. Au lieu que la science tout entière du mouvement repose sur des principes simples et sur un très petit nombre de principes, chaque théorie particulière aura ses principes propres.

En un mot, il nous semble qu'il y a deux tendances opposées dans la mécanique. Pour donner à la science du mouvement la forme d'un enchaînement entièrement rationnel, on peut s'appliquer, conformément à la méthode Cartésienne, à retrouver dans tous les phénomènes mécaniques le même phénomène simple indéfiniment répété : on représente par exemple les corps par des points, aussi dépourvus que possible de qualités, et dont les actions mutuelles ne peuvent en somme dépendre que des distances. Si l'on veut, au contraire, éviter les complications inextricables auxquelles la première méthode conduit, on renonce à pousser l'analyse des corps matériels jusqu'à leurs derniers éléments, on fait à l'empirisme sa part, et l'on cherche une méthode qui nous permette de simplifier les problèmes mécaniques par l'observation des liaisons auxquelles sont soumis les corps. De ces deux tendances, nous verrons que c'est la seconde qui l'emporte de plus en plus.

(1) Evidemment, on peut admettre que les forces de liaisons se réduisent en dernière analyse aux forces ordinaires. Mais c'est une conception théorique. Et, justement, le grand mérite de la mécanique analytique c'est de nous éviter d'accomplir jusqu'au bout cette réduction.

CHAPITRE II

La mécanique physique.

Caractère des hypothèses qui s'introduisent dans la théorie ondulatoire de la lumière.

Les méthodes de la mécanique théorique restent toutes formelles. Dans chaque problème on se *donne*, soit explicitement, soit implicitement et sous forme de liaisons, l'ensemble des forces qui agissent à chaque instant sur chaque point matériel. Comme la force n'est qu'une expression abrégée pour désigner le produit de la masse par l'accélération, tout problème consiste en fin de compte à intégrer les équations du mouvement. La mécanique théorique ne nous offre que des méthodes de calcul.

Dans l'étude des mouvements réels ⁽¹⁾, au contraire, il nous importe avant tout de connaître la vraie nature des forces. Sur ce point, la mécanique théorique ne nous apprend rien. Elle peut seulement, en variant ses hypothèses, créer une collection de types mécaniques auxquels on comparera les mouvements observés dans la nature. Elle construit les cadres et l'expérience les remplit. Mais les physiciens ont souvent ambitionné davantage. Les disciples de Gassendi, de Descartes, de Newton, malgré la diversité de leurs doctrines, eurent tous une prétention commune : ramener à l'unité toutes les lois de la nature physique, saisir, sous la variété des apparences, l'identité foncière de tous les phénomènes. Les Newtoniens, par exemple, voient dans l'attraction en raison inverse du carré de la distance, la loi fondamentale de la mécanique. Et ils pensent qu'en conservant partout la forme générale de cette loi, en faisant varier seulement les circonstances de son application, ils pourront faire correspondre à chaque phénomène physique le type mécanique qui l'explique.

Nous voulons essayer de montrer, dans ce chapitre, que cette méthode ne tient pas ses promesses. La théorie physique, en effet,

⁽¹⁾ Sur cette distinction de la mécanique théorique et de la mécanique physique, cfr. Blondlot, *op. cit.*

n'emprunte jamais à la mécanique qu'un point de départ : la forme générale des équations différentielles, par l'intégration desquelles elle obtiendra la fonction représentative du phénomène. Mais, pour utiliser ces équations, il faudra déterminer leurs coefficients, en annuler certains, en égaler d'autres. Il faudra aussi, parmi toutes les fonctions qui intègrent le système, en choisir une. Et enfin, l'on sera souvent obligé d'introduire des liaisons qui compliquent le problème mécanique, ou des conditions aux limites. En un mot, dans l'application de la théorie mécanique, on formule, chemin faisant, une multitude d'hypothèses adventices qui, sans la contredire, ne s'inspirent pas directement d'elle, mais sont au contraire suggérées par l'expérience et le désir de retrouver les faits. Si bien que le caractère déductif de la méthode n'est qu'une apparence. A vrai dire, les formules mécaniques, en vertu de leur indétermination, laissent un champ très large à l'intervention du physicien. Et c'est bien, semble-t-il, cette liberté de mouvement qui lui permet d'adapter exactement sa théorie aux faits dont il veut rendre compte.

Pour préciser cette interprétation et la justifier, il nous faut l'appliquer à un exemple.

Nous choisirons la théorie ondulatoire de la lumière. Conçue par Fresnel, à l'époque où les idées de Newton dominaient la mécanique, elle a fait l'objet d'une multitude de recherches qui l'ont amenée à son point de perfection. « De toutes les théories physiques, la moins imparfaite est celle de la lumière, telle qu'elle est sortie des travaux de Fresnel et de ses successeurs » (1). Quand on veut en donner une idée sommaire, on dit qu'elle conçoit les mouvements qui, sous l'apparence sensible, constituent le substrat des phénomènes lumineux, comme des oscillations très petites des molécules d'un milieu élastique convenablement défini autour de leur position d'équilibre. Tant qu'on s'en tient à cette simple idée, il semble que la théorie ondulatoire donne de la lumière une interprétation toute mécanique, et qu'elle réduise les lois de l'optique aux lois générales des petits mouvements dans un milieu élastique. Mais si l'on pénètre dans le détail, on aboutit à des conclusions différentes. A mesure que l'optique ondulatoire se développe, elle fait accueil à un grand nombre d'hypothèses qui lui sont propres et qui empêchent de voir en elle un simple prolongement de la théorie de l'élasticité. Celles-ci n'ont plus une

(1) Poincaré, *Théorie mathématique de la lumière*, p. 1.

signification mécanique ; elles ont au contraire pour objet de combler les lacunes de l'explication mécanique. Nous nous proposons de le montrer dans ce chapitre. Pour faciliter notre tâche, nous prendrons pour guide l'ouvrage classique où M. Poincaré expose méthodiquement, et complète à l'occasion, la théorie de Fresnel⁽¹⁾.

L'optique de Fresnel applique des équations obtenues dans la théorie de l'élasticité.

Il importe donc d'observer d'abord comment celle-ci s'établit. Pour les besoins du calcul, on est obligé de faire deux hypothèses remarquables. On admet qu'en vertu des forces de toutes espèces qui agissent sur les molécules du milieu élastique, il existe pour elles une position d'équilibre stable, et que, toutes les fois qu'on les écarte de cette position, elles prennent autour d'elle des mouvements d'oscillation très petits⁽²⁾. On admet, en outre, que la valeur des déplacements de la molécule est fonction continue de ses coordonnées dans sa position d'équilibre⁽³⁾. Ces circonstances ne résultent pas, comme on pourrait le croire tout d'abord, de liaisons auxquelles serait soumis le système. Car celles-ci, par leur forme même, échapperaient aux méthodes habituelles de calcul.

Ces hypothèses définissent donc des circonstances du mouvement qui dépendent de la nature des forces *données*. Mais alors se dessine un cercle vicieux : si l'on se *donne* les forces, il faut, pour en déduire les équations du mouvement, admettre ces deux hypothèses qui prédéterminent les résultats du calcul. Et seul le calcul pourrait justifier ces deux hypothèses, puisqu'elles ne sont vraies qu'à la condition que les forces données aient été convenablement choisies. On atténue le cercle vicieux, sans y échapper complètement, en conservant une grande *indétermination* aux forces *données*. Alors, parmi la multitude des possibles, il en est sans doute qui satisfont aux conditions exigées par le calcul.

On se borne à définir les forces élastiques par les propriétés suivantes. Il existe une fonction des forces, c'est-à-dire qu'il y a conservation de l'énergie⁽⁴⁾. Tant que les molécules conservent dans leur déplacement leurs distances réciproques, le travail intérieur est nul, et par conséquent la fonction des forces dépend seu-

⁽¹⁾ *Théorie mathématique de la lumière*, 1889.

⁽²⁾ *Op. cit.*, p. 3.

⁽³⁾ *Op. cit.*, p. 15.

⁽⁴⁾ *Op. cit.*, p. 4.

lement des distances moléculaires ⁽¹⁾. Enfin, le rayon d'activité moléculaire est considéré comme très petit, en sorte que, si l'on décompose le volume du milieu élastique en volumes élémentaires, le potentiel total soit égal à la somme des potentiels dus aux actions intérieures de chacun de ces volumes ⁽²⁾. La définition des forces élastiques se borne à ces généralités. On ne décide pas si elles sont centrales, fonctions simples de la distance. Plus tard, dans chaque problème particulier, de nouvelles hypothèses s'introduiront : mais elles n'auront plus qu'un sens analytique ; elles porteront directement sur la forme des fonctions qui figurent dans l'équation du mouvement. Cette indétermination que conserve la notion des forces en jeu mérite d'être remarquée. L'analyse des conditions du mouvement dans un milieu élastique ne se poursuit pas jusqu'au bout. La définition des actions et réactions élémentaires ne s'achève pas. Et il en est de même dans toute théorie. Comment dès lors la mécanique pourrait-elle nous découvrir dans tous les phénomènes qu'elle analyse une même loi simple, nous révéler leur unité foncière ? A supposer qu'une même loi simple régit tous les phénomènes physiques, dans la plupart des cas les méthodes de la mécanique moderne ne nous permettraient pas de la dégager. Cette idée se précisera dans la suite.

La théorie de l'élasticité, qui résulte des hypothèses énoncées, n'est que le préambule de l'optique ondulatoire. Elle lui fournit la forme générale des équations différentielles auxquelles celle-ci cherchera des intégrales pour représenter les phénomènes lumineux.

La première de ces équations est :

$$-\rho \frac{d^2 \xi}{dt^2} = \Sigma \frac{d}{dx} \frac{dW_2}{d\xi'_x}$$

où ρ représente la densité en un point ; ξ , η , ζ les composantes du déplacement de la molécule en ce point ; W_2 est une fonction homogène et du second degré par rapport aux neuf dérivées partielles ξ'_x , etc... Ces équations constituent la seule discipline que la théorie de l'élasticité impose au physicien. Dans chaque problème particulier (dispersion, polarisation rotatoire, double réfraction) il faudra, par de nouvelles conventions, donner aux

⁽¹⁾ *Op. cit.*, p. 5.

⁽²⁾ *Op. cit.*, p. 13.

expressions qui y figurent une forme plus définie. Une seule préoccupation présidera d'ailleurs à leur choix : celle de représenter exactement les phénomènes observés. Pour atteindre ce but, on pourra, dans les limites très larges que la théorie de l'élasticité fixe, concevoir toutes celles qui seront utiles.

La fonction W_2 contient des coefficients indéterminés ; on les définira selon les besoins. La densité ρ , constante dans le vide, sera considérée dans les cristaux, pour expliquer le phénomène de la dispersion, comme une fonction périodique des coordonnées de la molécule. Quand on aura fixé la forme de W_2 et la valeur de ρ , il faudra intégrer les équations différentielles. Or, elles comportent une infinité de solutions. Dans chaque cas, on en choisira une librement, ce qui revient à se donner les conditions initiales du mouvement (positions des molécules et vitesses). Enfin dans quelques problèmes on pourra introduire des liaisons ; admettre, par exemple, que le coefficient de dilatation cubique du milieu est nul ; et substituer aux équations habituelles les équations des systèmes à liaisons. Étudions successivement le caractère de chacune de ces hypothèses.

Les variables dont dépend W_2 sont les dérivées partielles et du 1^{er} ordre de ξ , η , ζ , coordonnées du déplacement de la molécule par rapport à x y z coordonnées de sa position d'équilibre. Nous savons que W_2 est une fonction homogène et du second degré de ces dérivées ; mais nous n'en savons rien de plus. Le physicien s'arroge le droit de disposer des coefficients et d'en fixer la valeur, pour chaque milieu où la lumière se propage, selon les besoins de la théorie. Voyons comment il en use. Dans le vide, et d'une façon générale dans tous les milieux isotropes ⁽¹⁾, la fonction W_2 prend une forme remarquablement simple ; elle ne contient plus que trois coefficients indéterminés. Lorsqu'on étudie, au contraire, la propagation d'une onde dans une substance cristallisée qui n'appartient pas au système cubique, il faut prendre sans simplification les équations générales du mouvement. Néanmoins, dans certaines théories, celle de la double réfraction, par exemple, on introduit sur la forme de W_2 des hypothèses arbitraires et qui ne se justifient que par le succès avec lequel elles permettent de représenter les faits expérimentaux.

(1) On appelle isotrope un milieu dans lequel il n'y a pas de direction physique privilégiée. Dans le vide, par exemple, une onde lumineuse se propage dans toutes les directions avec la même vitesse ; il n'en est pas de même dans les cristaux anisotropes.

Dans le cas d'une onde plane, Fresnel ⁽¹⁾ cherche aux équations du mouvement des solutions de la forme suivante :

$$\begin{aligned}\xi &= Ae^P \\ \eta &= Be^P \\ \zeta &= Ce^P\end{aligned}\tag{1}$$

où l'on a

$$P = \frac{2i\pi}{\lambda} (\alpha x + \beta y + \gamma z - Vt)$$

λ étant la longueur d'onde.

Alors W_2 peut s'écrire :

$$W_2 = -\frac{1}{2} \left(\frac{2i\pi}{\lambda} \right)^2 e^{2P} \Pi$$

où Π est un polynome homogène et du second degré par rapport à A, B, C et par rapport à α, β, γ . Fresnel admet que le polynome Π se réduit à un polynome du 2^e degré en A, B, C multiplié par

$$\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$$

Comme on appelle ellipsoïde de polarisation l'ellipsoïde donné par l'équation :

$$\Pi = 1$$

où A, B, C sont considérés comme variables ; l'hypothèse de Fresnel revient à admettre que l'ellipsoïde de polarisation de Cauchy est indépendant de la direction du plan de l'onde. Il faut donc donner aux coefficients de W_2 une valeur telle que pour des solutions de la forme (1), Π ne renferme plus les cosinus directeurs de la normale à l'onde. Sans doute rien ne contredit cette hypothèse, puisque les coefficients de W_2 étaient restés jusqu'ici indéterminés. Mais rien non plus ne l'indique. Elle a un sens algébrique très clair ; par contre, elle n'a pas de signification mécanique, puisqu'elle n'est même pas suggérée par la considération du milieu physique et des forces en jeu.

La considération du milieu physique, au contraire, jetterait un doute sur la valeur de nos calculs. Si, en effet, l'éther cesse d'être un milieu isotrope lorsqu'il est engagé dans un cristal, c'est que de nouvelles forces agissent sur ses molécules, forces qui

⁽¹⁾ Voy. *op. cit.*, p. 219 et 229.

émanent des molécules matérielles. Si d'ailleurs ces forces nouvelles dépendent seulement de la distance qui sépare la molécule d'éther de la molécule matérielle; si, en outre, elles admettent un potentiel, on retrouvera, pour les mouvements très petits de l'éther en chacun de ses points, des équations différentielles analogues. Néanmoins, il y aura quelque chose de changé. Représentons-nous un cristal comme formé de molécules matérielles qui occupent les sommets de parallélipèdes égaux et juxtaposés, et supposons qu'elles exercent des attractions sur les molécules d'éther. La densité de l'éther variera avec la position du point considéré par rapport aux sommets de ces parallélipèdes. Elle sera fonction triplement périodique des coordonnées. De la même façon variera la force exercée sur chaque molécule, et les coefficients de la fonction des forces deviendront eux aussi des fonctions périodiques. Enfin, l'on ne pourra plus considérer d'onde plane se propageant dans un cristal, puisque, par définition, les déplacements de toutes les molécules du plan de l'onde devraient être les mêmes à chaque instant et que les forces qui agissent sur chacune ne sont plus maintenant les mêmes. Or, dans la théorie de la double réfraction, on continue de supposer la densité constante; les coefficients de W_2 identiques pour chaque point du cristal; on considère encore des ondes planes qui se propagent.

Sans doute, dans certaines théories, comme par exemple celle de la dispersion que M. Poincaré expose sous le nom de Briot ⁽¹⁾, on tient compte de ces variations périodiques de l'éther et l'on serre la question de plus près. Mais outre que l'on ne traite pas le problème de la distribution de l'éther dans le cristal; après s'être servi de cette hypothèse, pour montrer que la vitesse de propagation dépend de la longueur d'onde et retrouver la formule de Cauchy qui s'accorde approximativement avec les faits expérimentaux, on reprend dans les autres questions des formules plus simples et qui ne présentent pas les mêmes difficultés de calcul.

Nous pouvons entrevoir déjà la marche que suit le physicien dans la construction de l'optique ondulatoire. Il emprunte à la théorie de l'élasticité les équations différentielles des petits mouvements. Et il cherche à représenter les phénomènes lumineux par des fonctions intégrales de ces équations. Mais la nature de ces phénomènes change avec les milieux. Dans le vide, la vitesse de propagation de la lumière reste la même dans toutes les directions; dans les cristaux, elle change avec la direction. Dans les

(1) *Op. cit.*, p. 194.

milieux dits isotropes, l'onde incidente ne donne naissance qu'à une onde réfractée; on observe, au contraire, le phénomène de la double réfraction dans les cristaux qui n'appartiennent pas au système cubique. Comment le physicien va-t-il tenir compte de ces différences? Essayera-t-il de les expliquer par la différence de constitution des milieux? Mais il ne connaît pas, à vrai dire, la constitution de chacun d'eux. Alors il porte son attention sur les équations différentielles que la théorie de l'élasticité lui fournit. Il trouve en elles un instrument très souple, parce que les termes qui y figurent restent en partie indéterminés. Tout ce que nous savons de la fonction W_2 , par exemple, c'est qu'elle est homogène et du second degré par rapport aux ξ'_x , etc. Alors, il s'efforce de déterminer ces termes par une série d'hypothèses *algébriques* convenables, qui lui permettront de retrouver les faits observés. Cette méthode est parfaitement acceptable si l'on se propose seulement de *représenter* ⁽¹⁾ les phénomènes par des fonctions appropriées. Elle ne le serait plus si l'on prétendait déduire l'optique de la théorie de l'élasticité, et expliquer toutes ses lois par la constitution de chaque milieu et les actions qui s'exercent entre les molécules. Il faudrait alors démontrer que toutes les hypothèses qui interviennent dans la théorie ont un sens mécanique, et il serait surtout tout à fait inadmissible qu'elles fussent présentées chacune isolément et pour elle-même, sans qu'on établît au moins qu'elles s'accordent entre elles, sans qu'on recherchât si l'une d'elles n'en entraîne pas d'autres, si, par exemple, dans le milieu anisotrope (que devient l'éther engagé dans un cristal), on peut continuer à considérer les coefficients de W_2 et la densité de l'éther comme des constantes.

Une des ressources dont dispose encore le physicien pour obtenir l'accord de sa théorie avec les faits est d'introduire des liaisons en plus des forces explicitement données. Dans la théorie de la double réfraction, par exemple, Fresnel considère l'éther comme incompressible; c'est sa seconde hypothèse fondamentale ⁽²⁾. En d'autres termes, comme Θ représente le coefficient

⁽¹⁾ C'est le but que des physiciens éminents assignent de nos jours à leur science. M. P. Duhem a exposé cette méthode à plusieurs reprises et l'a opposée aux tentatives d'explication mécanique. Il l'a appliquée à presque toutes les questions de physique. En particulier, il l'a illustrée dans ses *Fragments d'un cours d'optique* (*Annales de la Société scientifique de Bruxelles*, années 1894, 1896) en donnant des idées de Fresnel sur la lumière une exposition nouvelle et fort intéressante.

⁽²⁾ *Op. cit.*, p. 230.

de dilatation cubique, il adjoint aux forces élastiques la liaison :

$$\Theta = \frac{d\zeta}{dx} + \frac{d\eta}{dy} + \frac{d\zeta}{dz} = 0$$

Au point de vue analytique, il n'en résulte d'ailleurs aucune difficulté ; il suffit d'appliquer les équations des systèmes à liaisons. Seulement la définition de l'éther se complique. En principe, cette liaison pourrait être remplacée par des forces convenables appliquées à chaque molécule. Mais leur nature nous reste inconnue ; nous ne pouvons dire si elles entrent dans le cadre de tel système mécanique, puisqu'elles se présentent à nous sous la forme de simples relations analytiques. Aussi la nécessité d'introduire des liaisons diminue-t-elle beaucoup la confiance que provoquerait un système mécanique par ses applications à l'expérience ; et, de même, si de pareilles hypothèses sont inévitables, il faut abandonner l'espoir, qu'exprimaient Laplace et Biot, de confirmer les lois expérimentales par leur accord avec les prévisions théoriques. Car, ce n'est plus la théorie qui suggère ces hypothèses, mais le désir même de retrouver les faits.

Lorsque dans un problème on a convenablement déterminé les termes des équations différentielles, fournies par la théorie de l'élasticité, décidé s'il était opportun d'introduire ou non des liaisons, il faut intégrer ces équations. Mais elles comportent une infinité de solutions. Le physicien en choisit une sans autre préoccupation que de représenter le plus exactement possible les faits observés. Et c'est encore une des ressources dont il dispose. Choisir une solution entre toutes, cela revient à se donner arbitrairement les conditions initiales du mouvement, déplacements des molécules et vitesses. Cette méthode appelle une remarque. Si l'on cherche dans la théorie de l'élasticité une explication mécanique des phénomènes lumineux, il faut accorder que celle-ci comporte toujours une importante lacune. En intégrant ses équations, le physicien peut, en principe, découvrir la forme des ondes qui se propageront dans un milieu, quand des ébranlements déterminés se seront produits en des régions déterminées ; mais il n'explique point par quelles forces ces ébranlements eux-mêmes ont été provoqués. Il ne connaît pas la cause de la lumière. Il ne sait pas comment la perturbation prend naissance ; mais seulement comment elle se propage.

Cette remarque peut d'ailleurs se généraliser. On peut, dans

une certaine mesure, expliquer mécaniquement chaque fait physique isolé. Mais un fait dépend d'autres faits qui en sont la condition d'existence. Des combustions vives, le passage d'un courant dans la lampe électrique produisent de la lumière. Or, il serait singulièrement plus difficile d'expliquer mécaniquement les rapports de ces phénomènes d'espèces différentes, l'ordre de leur dépendance; et jusqu'ici on ne l'a pas tenté.

Quand on a défini le milieu physique où se propage la lumière et que l'on s'est donné les conditions initiales du phénomène, on peut, par intégration, trouver les fonctions qui représentent en chaque point et à chaque instant les composantes de la vibration. Mais, pour traiter le problème, il faut supposer le milieu illimité dans tous les sens. S'il est au contraire borné, on ne possède plus tous les éléments de la solution. Il faut introduire des hypothèses sur les conditions aux limites. Nouveau problème, nouvelles complications. Et ces hypothèses, comme toujours, seront suggérées par la connaissance anticipée des faits expérimentaux.

Un point lumineux S brille dans un milieu transparent. On interpose un corps opaque. Comment l'éclairement sera-t-il par là modifié en chaque point? L'expérience nous le fait connaître et nous fournit la loi du cône d'ombre et celles de la diffraction. Mais à quelles conditions pourra-t-on expliquer ces lois? C'est Kirchoff qui a donné de ce phénomène la théorie la plus complète. Or, voici quelle est sa méthode⁽¹⁾. Soient u, v, w , les composantes de la vibration en un point, dans le cas du milieu illimité; si on introduit un corps opaque elles deviendront :

$$u + u'; v + v'; w + w'.$$

Les fonctions u', v', w' vérifieront certainement les équations différentielles de la lumière. Kirchoff les soumet en outre aux conditions suivantes : « Aux points M, où une droite issue de S » a, avec la surface du corps noir, une première rencontre, on a :

$$\begin{aligned} u' &= 0; v' = 0; w' = 0 \\ \frac{du'}{dn} &= 0; \frac{dv'}{dn} = 0; \frac{dw'}{dn} = 0 \end{aligned}$$

» n étant la normale au corps noir.

⁽¹⁾ Voy. Duhem, *Fragments d'un cours d'optique*, 3^e fragment, p. 60 sqq.

» Aux points N, où une droite issue du point S a, avec le corps
 » noir, une deuxième rencontre ou une rencontre d'ordre plus
 » élevé, on a :

$$u' = -u; v' = -v; w' = -w$$

$$\frac{du'}{dn} = -\frac{du}{dn}; \frac{dv'}{dn} = -\frac{dv}{dn}; \frac{dw'}{dn} = -\frac{dw}{dn}$$

» Si l'on ajoute que ces conditions doivent être vérifiées seule-
 » ment aux quantités près de l'ordre de la longueur d'onde, on
 » aura établi toutes les conditions qui permettent de déterminer
 » u' , v' , w' lorsqu'on connaît u , v , w , c'est-à-dire de prévoir
 » l'éclairement du milieu après l'introduction du corps noir lors-
 » qu'on connaît l'éclairement qu'offrirait ce milieu en l'absence
 » du corps noir ». Ces hypothèses n'ont qu'une signification ana-
 lytique; seulement elles rendent bien compte des faits.

Imaginons maintenant qu'une onde plane, qui se propage dans un milieu transparent et isotrope, rencontre la surface d'un second milieu, que nous supposerons aussi, pour envisager le cas le plus simple, transparent et isotrope. Il va se produire une onde réfléchie et une onde réfractée; l'expérience nous l'apprend. Mais toute une série de questions se posent. Quelle sera la forme de l'onde réfléchie et de l'onde réfractée? Seront-elles planes, elles aussi? Quelles seront leurs directions de propagation? Seront-elles polarisées, et dans quel plan, si l'onde incidente est elle-même polarisée, soit dans le plan d'incidence, soit perpendiculairement à lui? Enfin quelle sera l'intensité respective de la lumière réfléchie et de la lumière réfractée pour une intensité donnée de la lumière incidente? Toutes questions auxquelles nous ne pouvons répondre sans hypothèses nouvelles, parce qu'à la surface de séparation des deux milieux se produisent des phénomènes que nous ne connaissons pas, et que la théorie nous apprend seulement à former les fonctions qui représentent en chaque point d'un milieu supposé illimité la vibration lumineuse. Fresnel admet que la lumière incidente dans le premier milieu ne sera pas modifiée par l'introduction du second. L'onde réfléchie et l'onde réfractée seront planes et polarisées dans le plan d'incidence ou perpendiculairement à lui de la même façon que l'onde incidente. Mais la principale hypothèse de Fresnel concerne la continuité du mouvement dans les deux milieux ⁽¹⁾. Il envisage les

(1) Voy. Poincaré, *op. cit.*, p. 320 et suiv.

vitesses de deux molécules infiniment voisines l'une de l'autre et de la surface de séparation, mais situées de part et d'autre de ces surfaces; il décompose chacune de ces vitesses en deux autres, l'une parallèle au plan tangent à la surface de séparation, l'autre normale à ce plan. Il admet que les composantes tangentielles des vitesses des deux molécules doivent être les mêmes en grandeur et en direction, mais que les composantes normales peuvent être différentes. Remarquons que cette hypothèse, qui peut paraître et qui a paru artificielle ⁽¹⁾ à beaucoup de critiques, ne se justifie que par le succès. Enfin dans le développement de sa théorie, Fresnel est conduit à supposer que la différence de phase de la vibration réfléchie est la même que la différence de phase de la vibration incidente. Et en mentionnant cette nouvelle hypothèse, M. Poincaré ajoute : « Elle lui est suggérée non par des *vues théoriques*, mais par *l'expérience*, qui lui prouve que tant qu'il n'y a pas réflexion totale, la lumière réfléchie est polarisée rectilignement, si la lumière incidente l'est elle-même ».

L'optique de Fresnel assimile la lumière aux petits mouvements d'un milieu élastique. Mais elle ne tient pas tout entière dans ce rapprochement. L'optique de Fresnel c'est le système des hypothèses supplémentaires, qu'il adjoint à l'équation générale des petits mouvements. Or celles-ci ne s'imposent pas; et plusieurs théories peuvent concurremment rendre bien compte des faits. M. Poincaré expose tour à tour dans chaque problème celles de Fresnel et de Neumann sans que l'expérience permette de décider entre elles ⁽²⁾. Certains philosophes pourraient s'étonner de la difficulté qu'on éprouve à les départager. Mais il faut remarquer que beaucoup de circonstances des phénomènes lumineux nous échappent, pour quelques-unes que nous pouvons observer. Or il se trouve que les conséquences où se manifesteraient justement les

(1) Pour répondre aux objections dirigées contre la théorie de Fresnel, M. Poincaré lui a donné une autre forme. Il admet essentiellement que la densité de l'éther est constante dans chaque milieu, mais qu'entre eux s'étend une région intermédiaire, d'épaisseur finie, mais très petite par rapport à une longueur d'onde et dans laquelle la densité varie très rapidement de sa première à sa seconde valeur constante, dans la direction de la normale au plan de séparation. Il retrouve alors l'espèce de continuité imaginée arbitrairement par Fresnel. D'ailleurs toutes les autres hypothèses que nous avons indiquées subsistent, et à celles-ci s'en ajoute une autre relative à la distribution de l'éther dans la couche de passage. Quel que soit le mode d'exposition, on ne peut éviter d'introduire des hypothèses qui ne se justifient que par le succès.

(2) *Op. cit.*, p. 398.

divergences des deux théories ne peuvent faire l'objet d'aucune vérification expérimentale. Pour Fresnel, la vibration est normale au plan de polarisation; pour Neumann, elle est parallèle à ce plan. Mais si nous connaissons la direction du plan de polarisation, nous n'avons aucun moyen de découvrir celle de la vibration elle-même —. Lorsqu'une onde passe de l'air dans le verre, l'évaluation du rapport des intensités lumineuses dans chaque milieu diffère d'une théorie à l'autre. Mais on ne peut observer l'intensité dans le verre. Et le rapport de l'intensité avant et après le passage dans le verre, qui pourrait se mesurer empiriquement, redevient le même dans les calculs de Fresnel et de Neumann. Ainsi grâce aux lacunes de la vérification expérimentale, deux théories différentes par leurs principes et certaines de leurs conséquences peuvent résister également bien à l'épreuve de l'expérience; et représenter correctement les faits partiels et fragmentaires que nous pouvons observer.

La théorie de Fresnel n'est pas la seule qui puisse expliquer les faits; par contre, elle ne peut, sans modification, expliquer tout l'ensemble des faits. Il arrive parfois, en effet, que Fresnel abandonne, dans l'examen d'un problème nouveau, une hypothèse acceptée jusque-là et lui en substitue une autre. Tantôt il considère l'éther comme incompressible; tantôt il admet que la résistance à la compression est nulle. Ces contradictions peuvent scandaliser les esprits logiques. M. Poincaré pourtant ne lui en fait pas un grief. C'est qu'à ses yeux la théorie mathématique n'est qu'un « instrument de recherche » ⁽¹⁾. Elle n'a pas pour objet de nous révéler le fond des choses, mais seulement de « coordonner les lois physiques que l'expérience nous fait connaître » ⁽²⁾. On comprend alors les variations de Fresnel. Les équations différentielles des petits mouvements dans un milieu élastique lui servent de guide. Il se propose toujours de représenter la modification lumineuse par une fonction intégrale de ces équations. Et cette unité de la méthode suffit pour établir un lien entre les différentes parties de l'optique. Mais, afin de laisser à ses calculs une souplesse suffisante, il se réserve de fixer dans chaque cas, par des conventions spéciales, les hypothèses sans lesquelles le problème resterait indéterminé; et il ne s'astreint même pas à choisir toujours les mêmes. Sans doute une théorie physique, dont toutes les parties s'accorderaient parfaitement entre elles, présenterait un plus

⁽¹⁾ *Op. cit.*, p. 398.

⁽²⁾ *Op. cit.*, préface.

bel édifice et satisferait mieux les exigences logiques de l'esprit. Néanmoins les contradictions de Fresnel n'étonnent plus, quand on a bien compris le caractère de sa méthode et qu'on s'est fait une idée juste du but qu'il peut légitimement se proposer.

La théorie des ondulations compte parmi les plus anciennes et les plus parfaites de la physique. Il s'en faut pourtant de beaucoup qu'elle pousse jusqu'au bout l'explication mécanique des phénomènes et déduise les lois de l'optique du jeu des forces élémentaires. A vrai dire, elle ne demande à la mécanique qu'une inspiration générale; elle emprunte à la théorie de l'élasticité la forme de la fonction qui représentera l'éclairement en chaque point d'un milieu illimité. Mais ce principe indéterminé ne nous apprend, à lui seul, rien de caractéristique. Il faut introduire, dans chaque problème particulier, d'autres principes. Et ceux-ci se présentent sous la forme de relations analytiques; ils n'ont plus de sens mécanique, ou soulèvent des problèmes mécaniques qui restent sans solution.

Laplace et Biot espéraient qu'en définissant convenablement chaque milieu physique, en imaginant entre leurs éléments des forces centrales et fonctions des distances, on pourrait retrouver, par le calcul, les principales lois expérimentales. De leur accord avec le système mécanique de Newton, celles-ci recevraient alors une confirmation éclatante. L'observation n'est jamais qu'approchée. Mais l'emploi de la méthode déductive, le calcul mathématique nous livreraient les formules exactes, quand la théorie et l'expérience se rejoindraient l'une l'autre. Il faut abandonner cet espoir. La déduction mathématique n'a pas une telle puissance; sa marche est assurée à chaque étape par des hypothèses nouvelles, et si l'on retrouve à son terme les faits d'observation, c'est que, justement, ces hypothèses ont été choisies dans ce but. Dans le développement de la théorie, les données de l'expérience jouent le rôle d'un centre d'attraction. Alors l'accord des lois expérimentales avec la théorie ne peut garantir leur valeur, puisque la théorie s'est constamment orientée sur elles. Le but principal de ce chapitre était de l'établir.

CHAPITRE III

Le principe de la conservation de l'énergie et les conditions de son application.

Les formules de la mécanique Newtonienne ne peuvent plus s'appliquer aux systèmes dont les modifications s'accompagnent de phénomènes calorifiques. Aussi la mécanique s'est-elle profondément transformée au cours du siècle dernier : elle est devenue l'énergétique, qui se fonde sur les principes de Robert Mayer et de Carnot-Clausius. Nous verrons, dans le prochain chapitre, quelle est sa forme la plus récente et la plus originale, et comment — à mesure qu'elle évolue — se modifie la conception même de son objet. Sans embrasser pour l'instant le système complet de l'énergétique, nous discuterons dans ce chapitre la valeur et la portée du principe de la conservation de l'énergie et les conditions de son application.

Le dogmatisme scientifique a d'abord pu compter pour une victoire la découverte de Robert Mayer ; et souvent, par son exposé, il s'est répandu dans le public sous une forme d'autant plus intransigeante qu'elle était plus obscure. L'énergie, qui dans les traités de physique est conçue comme une fonction abstraite de l'état du système, peut recevoir en effet une définition populaire. Beaucoup de conférenciers présentent à leurs auditeurs l'énergie comme une chose qui se transporte, se débite, se vend et s'achète et dont la masse totale reste constante au milieu des transformations qu'elle subit. Elle est la véritable réalité, et comme elle demeure essentiellement la même, sous les formes successives qu'elle prend, on croit expliquer le changement par le moyen le plus simple qu'a toujours conçu l'esprit humain, en le niant et le considérant comme une apparence. Mais on a le grand avantage de pouvoir présenter cette explication, aussi vieille que la métaphysique, comme une récente conquête de la science.

Sans nous attarder à cette interprétation trop grossière, montrons quelles conséquences un dogmatisme plus éclairé pourrait déduire du principe de la conservation. Dans une transformation quelconque, l'énergie perdue par un système de corps est gagnée par les corps extérieurs; l'énergie totale d'un système isolé est constante. La variation de l'énergie potentielle dépend seulement de l'état initial et de l'état final; si bien que la connaissance de l'un et de l'autre permet, en droit, de calculer l'accroissement de la force vive. La possibilité d'un pareil calcul suppose évidemment que les variations de la vitesse sont toujours dues à l'action de forces bien définies et exclut toute indétermination, toute part d'accident dans la succession des phénomènes. Aussi quelques philosophes se sont-ils appuyés sur le principe de la conservation pour nier jusqu'à la liberté humaine! Mais voici une autre conséquence. Quand une certaine quantité de chaleur paraît ou disparaît dans une machine, l'expérience prouve qu'elle est l'équivalent exact de la quantité de travail perdue ou produite en même temps. Or, l'interprétation la plus simple de cette relation ne consiste-t-elle pas à se représenter la chaleur ainsi dégagée comme la manifestation sensible d'un phénomène mécanique inaccessible à notre observation? Il serait donc établi, dans un cas particulier important, que les *qualités* physiques peuvent se réduire à la figure et au mouvement, et que l'on peut, en droit, leur trouver une explication mécanique. Ainsi l'analyse du principe de la conservation nous conduirait au déterminisme et au mécanicisme.

D'une façon plus générale, les nombreuses applications que la physique en a déjà faites semblent justifier la confiance en une méthode déductive.

Ne nous découvre-t-il pas le fondement rationnel d'un grand nombre de lois physiques qui, après avoir été tirées de l'expérience, reçoivent d'une déduction rigoureuse leur consécration définitive? C'est le point sur lequel il nous conviendra surtout d'insister, dans cette étude, où nous voulons surtout établir qu'il faut renoncer à l'espoir de rattacher à quelques principes simples notre connaissance de la nature.

Mais toutes les prétentions que nous venons d'indiquer paraissent à l'analyse injustifiées.

*
* * *

D'abord il importe de ne pas se laisser tromper par le nom de principe que porte dans la science la loi de la conservation de l'énergie. Celle-ci se présente sous une forme très simple; et ceux

qui pensent, après Descartes, que ce caractère de simplicité est la marque des vérités évidentes, pourraient voir en elle un véritable axiome, ou du moins l'énoncé plus précis de cet axiome, déjà formulé par les anciens, que rien ne se perd, rien ne se crée. Mais à supposer que ce dernier exprimât une vérité rationnelle, sous cette forme indéterminée, il resterait stérile ; et le physicien n'en tirerait aucun parti. Seule l'observation pouvait nous apprendre quels sont les termes qui se conservent ; et, en apportant cette précision, rendre le principe utilisable. Il ne faut pas d'ailleurs que le prestige de l'appareil mathématique, dont l'exposé du principe de la conservation de l'énergie fait usage, nous en impose. Aucun calcul ne saurait le démontrer. Il a une origine plus modeste, une origine expérimentale (*). D'ailleurs, on peut dire seulement que l'expérience nous le suggère, sans qu'on puisse l'établir par aucune induction régulière, parce que sous sa forme universelle, il ne résulte des faits observés, qu'au moyen d'une énorme extrapolation. Montrons-le tout d'abord.

Le théorème de la force vive prend une forme particulièrement simple quand toutes les forces auxquelles est soumis le système admettent un potentiel. En effet, le travail accompli pendant une modification ne dépend alors que de l'état initial et de l'état final ; il est égal à l'accroissement changé de signe d'une certaine fonction V et en appelant W la demi-force vive, on peut écrire :

$$V_1 + W_1 = V_0 + W_0 = \text{const.} \quad (1)$$

La fonction V n'est déterminée qu'à une constante près, puisque nous n'aurons jamais à considérer que son accroissement. Nous pouvons donc la choisir de telle sorte qu'elle ait une valeur positive pour tous les états du système. Supposons que pour l'un d'eux (état 0) elle s'annule. Placé dans cet état, sans vitesse initiale, le système resterait en repos, puisque dans tout déplacement les forces accompliraient un travail négatif. La fonction V , relative à l'état 1, représentera alors le travail des forces dans la modification qui conduit le système de l'état 1 à l'état 0. On l'appelle énergie potentielle parce qu'elle figure une certaine *puis-*

(*) « Un physicien me disait un jour, à propos de la loi des erreurs : Tout le monde y croit fermement parce que les mathématiciens s'imaginent que c'est un fait d'observation, et les observateurs que c'est un théorème de mathématiques. Il en a été longtemps ainsi pour le principe de la conservation de l'énergie. Il n'en est plus de même aujourd'hui, personne n'ignore que c'est un fait expérimental » (Poincaré, *La science et l'hypothèse*, p. 155).

sance de travail. W a reçu le nom d'énergie cinétique. Alors l'équation (1) exprime la conservation de l'énergie.

$$U = V + W = \text{const.}$$

Jusqu'ici, cette relation établie en toute rigueur, par la mécanique formelle, sous les conditions énoncées plus haut, n'a qu'un sens analytique. Mais tous les systèmes de la nature sont-ils conservatifs? Tout en eux s'explique-t-il par le jeu des forces mécaniques? Ces forces admettent-elles toujours un potentiel? Nous n'en savons encore absolument rien. La mécanique théorique construit des cadres. Au physicien de décider si la nature peut s'y adapter.

Mais les physiciens de l'école de Newton, qui voyaient dans l'attraction le type des lois mécaniques, devaient adopter l'idée de la conservation de l'énergie, puisque, dans leur pensée, les actions qui s'exercent entre les derniers éléments de la matière, toujours dirigées suivant la droite qui les joint deux à deux et ne dépendant que des distances et des masses, admettaient certainement un potentiel. Toutefois, ce n'était là que la conception d'une école, que n'imposait ni l'expérience ni la logique.

Sur ces entrefaites, le médecin allemand J.-R. Mayer énonçait le principe de l'équivalence entre la chaleur et le travail mécanique. Considérons une machine, c'est-à-dire « un agencement plus ou moins compliqué de corps dont chacun peut se mouvoir, mais en gardant une grandeur, une forme et un état invariables ». Supposons que, dans toutes les modifications auxquelles nous soumettons ce système, l'état final soit identique à l'état initial, c'est-à-dire que tous les organes reprennent la même force vive et la même température. Si, dans ces conditions, la machine est mise en mouvement par l'action de forces extérieures, le travail fourni par ces forces et évalué par exemple en kilogrammètres, sera égal au produit par un nombre constant E de la quantité de chaleur dégagée qui provient du frottement, des compressions, etc..., et est évaluée en calories. Et, si c'est une machine à feu, la quantité de chaleur qui lui aura été fournie et qui aura disparu sera égale au quotient par le même nombre E du travail qu'elle aura fourni contre les forces extérieures.

On peut donc écrire la relation :

$$T_e - E Q = 0$$

que les expériences classiques de Joule, de Hirn, de Violle établis-

sent avec toute la rigueur que comportent les mesures expérimentales.

La relation que nous venons d'établir suppose qu'à la fin de l'expérience le système soit revenu à son état initial. Elle ne s'applique qu'aux modifications fermées. Cependant l'on peut lever cette restriction gênante et la mettre sous une forme qui s'applique aux modifications ouvertes.

Si, en effet, l'équation :

$$T_e - E Q = 0$$

se vérifie toutes les fois qu'un certain système parcourt un cycle fermé, il est facile de démontrer que, dans une modification ouverte, la valeur de la quantité $T_e - E Q$ est égale à l'accroissement d'une certaine fonction U , déterminée à une constante près, et qui ne dépend que des paramètres par lesquels se définit l'état du système.

$$T_e - E Q = U_1 - U_0$$

La démonstration suppose seulement que le système puisse toujours être ramené à son état initial par un procédé quelconque. Et la seule hypothèse consiste à admettre que la relation reste vraie alors même qu'on ne connaît pas un pareil procédé.

Donnons maintenant *par définition* le nom d'*énergie* à toute quantité de travail et à l'équivalent mécanique d'une quantité de chaleur ; nous pourrions traduire la relation obtenue dans le langage suivant : la quantité d'énergie échangée par un système avec les corps extérieurs, au cours d'une modification quelconque, ne dépend que de son état initial et de son état final. Si nous appelons maintenant *énergie interne* la grandeur U , nous pourrions dire qu'elle reprend la même valeur à la fin d'une modification fermée. Si enfin le système est isolé, et si, par conséquent, la quantité de chaleur échangée et le travail des forces extérieures sont nuls, l'énergie du système se conservera toujours ; nous devons écrire :

$$U_1 = U_0 = \text{const.}$$

Cette loi a été vérifiée dans un si grand nombre de cas, et pour tant de systèmes matériels, qu'on la considère à juste titre comme une des conquêtes les plus solides de la physique. Beaucoup de physiciens estiment qu'elle ne pourrait être démentie que dans des conditions très éloignées de celles où elle a été étudiée.

Néanmoins ce sentiment de sa généralité reste, à tout prendre,

assez vague, puisque nous n'avons aucun moyen de définir la nature des conditions qui garantissent son exactitude. Tous les systèmes sont-ils conservatifs? Nul ne peut l'affirmer, car la simple conclusion du particulier au général ne passera jamais, aux yeux du logicien, pour une induction régulière.

Si l'hypothèse que tous les systèmes sont conservatifs est, en général, acceptée sans restriction par les physiciens, c'est peut-être qu'elle comporte une interprétation théorique tout à fait conforme au principe de la mécanique Newtonienne; et que celle-ci, enseignée pendant si longtemps et de nos jours encore, a créé des habitudes mentales dont il est difficile de se dégager.

En effet, la loi de l'équivalence nous conduit à une représentation très naturelle de la quantité de chaleur cédée aux corps extérieurs au cours d'une transformation. Puisque la chaleur équivaut à un travail, il convient sans doute de la considérer comme une forme de l'énergie soit potentielle, soit cinétique, au sens que la mécanique formelle donne à ces mots. Car le travail des forces, dans ses effets les plus apparents, produit un accroissement de force vive, ou un accroissement de l'énergie de position. On supposera donc qu'un corps qui dégage de la chaleur communique aux corps extérieurs de l'énergie, en même temps qu'une partie de son énergie propre (cinétique ou potentielle) est détruite par le travail résistant des actions de ces corps. Mais si l'on accepte cette interprétation, l'équation :

$$T_e - E Q = U_1 - U_0$$

se confond avec l'équation de la force vive dans l'hypothèse où les forces intérieures admettent un potentiel. Et si le système considéré est isolé, nous retrouvons l'équation à laquelle la mécanique formelle donne le nom d'équation de la conservation de l'énergie.

Ainsi, à condition de traduire en langage mécanique les quantités de chaleur échangées au cours d'une transformation, la mécanique de Newton, supposant que toutes les forces admettent un potentiel, permettait de prévoir les lois obtenues par la thermodynamique. Si donc le premier principe de la thermodynamique a été accepté sans hésitation et sans restriction par les physiciens, c'est peut-être que les habitudes d'esprit créées par l'enseignement de la mécanique classique les préparaient à le faire. Mais pas plus que nous ne savons si toutes les forces admettent un potentiel, nous ne pouvons savoir si tous les systèmes sont conservatifs.

Neus avons dit que le principe de la conservation de l'énergie avait reçu un nombre immense de confirmations expérimentales. Pour apprécier la valeur de celles-ci, on doit bien comprendre dans quelles conditions elles peuvent s'obtenir. Avant d'appliquer le principe à un système, il faut en discuter toutes les circonstances mécaniques. Et celles-ci sont toujours beaucoup trop complexes et beaucoup trop cachées pour que leur analyse ne réserve pas à l'interprétation personnelle une large part. En un mot, le physicien doit adjoindre au principe général un ensemble d'hypothèses auxiliaires qui précisent les conditions de son application, et ce serait une grande erreur de croire que celle-ci se réduit au mécanisme rigide d'un calcul. L'esprit de finesse trouve à s'exercer dans ces sortes de déductions autant que l'esprit mathématique. Or comment le physicien choisit-il ses hypothèses auxiliaires ? Elles ne s'imposent pas à lui. Il les combine de telle sorte que l'équation de la conservation de l'énergie devienne identique aux relations expérimentales connues d'avance. Mais alors comment décider si le succès de la méthode doit être attribué à la vérité objective de son principe ou à l'heureuse intervention du physicien qui l'a appliqué ? Sans doute, pour qu'une théorie nous satisfasse, il faut que l'interprétation sur laquelle elle s'appuie ne soit pas trop compliquée, il faut qu'elle soit naturelle. Mais combien ce critère reste vague et élastique ! Où la simplicité finit-elle ? Où l'artifice commence-t-il ? Si l'on veut définir en termes exacts le genre de confirmation que le succès de ses applications assure au principe de la conservation de l'énergie, il faut dire : on peut en général en déduire, grâce à des hypothèses assez naturelles et assez simples, des conséquences conformes au fait. La valeur d'une pareille preuve reste tout à fait indéterminée.

Notre intention n'est pas, on le comprend, de critiquer les fondements de l'énergétique. Toute mécanique générale repose nécessairement sur des hypothèses indémontrables. Il suffit de ne pas l'oublier. Nous tâchons de préciser le rôle du principe de la conservation de l'énergie dans la science. Ce n'est pas une vérité établie, mais une pierre d'attente. Sur lui bien des théories pourront encore se fonder. Il faudra apprécier la valeur particulière de chacune d'elles. Mais il serait inconsidéré de l'étendre *a priori* à tous les phénomènes de la nature, à ceux de la matière vivante comme à ceux de la matière inerte, à l'univers tout entier comme aux systèmes limités ; l'expérience seule peut nous garantir que son usage ne nous égare pas ; et il ne nous permet point de devancer l'expérience. Une métaphysique de la nature, une théorie du

déterminisme universel, par exemple, ne peut se recommander de ce principe.

*
* * *

Nous voulons montrer maintenant que l'usage, de plus en plus répandu, des méthodes de l'énergétique marque un renoncement tacite à l'explication mécanique. C'est parce qu'elles nous dispensent de la chercher, que leur emploi nous paraît si commode. Il n'est plus besoin, en effet, pour les appliquer, de connaître la constitution intime des systèmes, de se représenter la disposition des masses élémentaires qui les composent, leurs mouvements et les lois de leurs actions réciproques. La quantité de chaleur dégagée au cours d'une modification est peut-être la manifestation sensible d'un phénomène mécanique qui nous reste caché. Nous n'avons même pas besoin de trancher la question. Il nous suffit d'obtenir la mesure empirique de cette quantité; et nous pouvons alors représenter dans les équations un groupe très complexe de faits au moyen d'un terme synthétique dont la connaissance est demandée à l'expérience. La variation de l'énergie potentielle figure peut-être le travail total des forces intérieures. Toujours est-il que nous nous épargnons la tâche d'analyser tous ses éléments et de composer ensuite leur somme terme à terme. Il nous suffit de faire des hypothèses convenables sur la forme de l'expression qui représente l'énergie interne, ou même seulement sur la nature des paramètres dont elle dépend. Ces paramètres, d'ailleurs, qui définissent l'état du système, pourront se rapporter à des *qualités* physiques, par exemple l'intensité d'un courant électrique, pourvu que nous sachions les repérer, et sans que nous ayons besoin d'en définir plus complètement la nature. Parfois aussi des observations significatives nous donneront la connaissance empirique des fonctions caractéristiques. Par exemple, une ancienne expérience de Gay-Lussac, reprise par Joule, sur la détente des gaz dans le vide, montre que l'énergie interne d'une même masse d'un gaz parfait dépend seulement de la température à laquelle elle est maintenue. Souvent même, nous pourrions laisser tout à fait indéterminée l'expression de l'énergie interne et nous obtiendrions des relations importantes en écrivant que, dans une modification infiniment petite, l'accroissement de l'expression $(T_e - E/Q)$ est une différentielle totale exacte.

Ainsi les relations empiriques déjà obtenues nous aideront à en trouver d'autres, sans qu'il soit nécessaire d'en pénétrer la signification mécanique. Ou bien nous ferons usage d'hypothèses

synthétiques qui nous dispenseront de nous représenter dans son détail la constitution mécanique du système. Le caractère le plus remarquable de cette méthode, c'est d'être bien adaptée à notre ignorance, à l'infirmité de notre analyse, devant l'infinie complexité des faits. Mais pour fixer les idées, nous en donnerons deux exemples très simples :

1^o Nous laissons tout à fait indéterminée la forme de la fonction U . Nous nous bornons seulement à écrire que dans une modification infiniment petite du système l'expression :

$$dT_e - EdQ$$

égale à dU est une différentielle totale exacte.

L'état d'une masse de gaz est entièrement défini par deux quelconques des trois variables suivantes : la température, la pression, le volume. Comme elle supporte une pression uniforme, le travail des forces extérieures dans une modification infiniment petite est égal au produit de la pression par l'accroissement du volume.

$$dT_e = -pdv$$

Quant à la quantité de chaleur dégagée, on peut en donner plusieurs expressions, selon le groupe de variables indépendantes que l'on choisit. Si l'on choisit la température et le volume v , on pourra écrire :

$$-dQ = cdt + ldv$$

c étant la chaleur spécifique sous volume constant, l étant la chaleur latente de dilatation. Ecrivons alors que : $dT_e - EdQ$

ou :

$$E(cdt + ldv) - pdv$$

est une différentielle exacte. La condition nécessaire et suffisante est la suivante :

$$\frac{dl}{dt} - \frac{dc}{dv} - \frac{1}{E} \frac{dp}{dt}$$

relation importante entre les dérivées des coefficients et celle de la pression, et qui permet en particulier de simplifier l'expression de la température absolue (¹).

2^o Nous n'avons besoin de connaître que la nature des variables dont dépend la fonction U ; et l'expérience nous l'indique.

(¹) Voy. Blondlot, *Introduction à l'étude de la thermodynamique*, p. 69.

Une expérience de Joule montre que, lors de la détente d'une masse de gaz dans le vide, il ne se produit pour l'ensemble ni absorption, ni dégagement de chaleur. La température reprend sa valeur initiale à la fin de l'opération. Comme le travail extérieur est nul, ainsi que la quantité de chaleur dégagée, l'énergie interne du gaz n'a pas changé de valeur pendant l'opération. On en conclut qu'elle dépend de la température seule. Ainsi pendant une modification isothermique, l'énergie interne ne variera pas, et la quantité de chaleur dégagée sera l'équivalent exact du travail extérieur. Si la modification est en outre infiniment petite on aura :

$$dQ = - \frac{1}{E} p dv$$

Faisons alors décrire à l'unité de masse d'un gaz un cycle fermé ainsi défini :

1° Une variation dt de la température sous volume constant. On aura :

$$dQ = - c dt$$

2° Une variation de sens contraire de la température sous pression constante :

$$dQ = C dt$$

3° Une modification isothermique qui le ramène à son point de départ :

$$dQ = - \frac{1}{E} p dv$$

Comme la somme des travaux des forces extérieures dans la modification totale est infiniment petite du second ordre, on aura, en appliquant le principe de l'équivalence :

$$c dt + \frac{1}{E} p dv - C dt = 0$$

dv est l'accroissement du volume, sous pression constante, pour un accroissement dt de la température. Alors la loi de Gay-Lussac :

$$pv = p_0 v_0 (1 + \alpha t)$$

permet d'exprimer dv en fonction de dt . Si l'on différencie, en effet, en laissant p constant, il vient :

$$p dv = p_0 v_0 \alpha dt$$

En substituant dans la relation précédente, on obtient :

$$cdt + \frac{1}{E} p_0 v_0 \alpha dt - Cdt = 0$$

$$C - c = \frac{p_0 v_0 \alpha}{E}$$

Si A est le produit du volume qu'occupe à 0° l'unité de masse d'air par sa pression, et d la densité du gaz étudié, on peut écrire :

$$C - c = \frac{A \alpha}{Ed}$$

relation capitale qui montre que la différence des chaleurs spécifiques sous pression constante et sous volume constant est inversement proportionnelle à la densité du gaz (puisque A, E et α sont des constantes), et qui permet de calculer l'équivalent mécanique de la chaleur quand on connaît C et c ⁽¹⁾.

En somme, la méthode permet de tirer des relations empiriques, qui définissent le travail extérieur et la quantité de chaleur dégagée, des relations nouvelles et plus complètes, sans qu'il soit nécessaire de connaître la constitution particulière du système étudié. C'est pourquoi d'ailleurs elle est commode. Mais, en l'appliquant, on renonce à atteindre les vraies causes qu'une théorie explicative chercherait dans les actions mécaniques élémentaires. C'est *du dehors* qu'on aborde l'étude des systèmes, puisqu'au lieu de déduire de la nature propre de chacun l'expression de l'énergie interne, et de la forme de celle-ci les lois qui le régissent, on demande au contraire à l'équation de la conservation de nous faire connaître les variations de l'énergie en fonction du travail extérieur et de la quantité de chaleur dégagée. Par exemple, l'application de cette méthode à l'étude de l'induction électrique permet — nous le verrons plus loin — de calculer l'énergie totale de l'éther. Mais, comme nous en obtenons d'emblée l'expression globale, il nous est impossible de l'interpréter et de dire même avec certitude si cette énergie est cinétique ou potentielle. On voit quelle large part les procédés de l'énergétique font à l'empirisme, et combien nous sommes loin des prétentions de l'ancienne mécanique qui voulait déduire de principes simples et rationnels les lois des changements de la matière.

(1) Voy. Blondlot, *op. cit.*, p. 38.

L'équation de la conservation de l'énergie peut être utilement appliquée à des systèmes dont les propriétés mécaniques, trop complexes, ne se laissent pas analyser. Aussi voit-on l'usage de cette méthode succéder aux tentatives d'explication mécanique; en même temps il en marque le déclin. Mais le succès de la méthode énergétique ne prouve-t-il pas du moins qu'une explication mécanique est possible. On pourrait le penser; M. Poincaré a même essayé de le démontrer dans son commentaire de la théorie de l'induction de Maxwell. Il est intéressant de discuter la portée de cette démonstration.

Supposons qu'un système soit défini par les paramètres $q_1 \dots q_n$ directement accessibles à l'expérience. « L'expérience nous fait connaître, dit M. Poincaré, les lois des variations de ces paramètres et ces lois peuvent généralement se mettre sous forme d'équations différentielles qui lient entre eux les q et le temps ». Mais, d'autre part, si le système obéit aux lois de la mécanique, nous pourrons lui appliquer les équations de Lagrange. Et comme celles-ci expriment aussi des relations entre les paramètres q et le temps, elles devront être équivalentes aux lois expérimentales.

Dans ces équations figurent deux fonctions : d'abord l'énergie potentielle U , qui dépend des coordonnées de toutes les molécules du système. Mais comme ces coordonnées s'expriment en fonction des paramètres q , l'énergie potentielle peut être considérée comme une fonction des mêmes paramètres, et c'est sous cette forme qu'elle entrera dans les équations de Lagrange. La seconde fonction est l'énergie cinétique. Elle dépendra non seulement des q , mais de leurs dérivées q' , et elle sera homogène et du second degré par rapport à ces dérivées.

« Ainsi, pour qu'une explication mécanique d'un phénomène soit possible, il faut qu'on puisse trouver deux fonctions U et T , dépendant la première des paramètres q seulement, la seconde de ces paramètres et de leurs dérivées; que T soit homogène du deuxième ordre par rapport à ces dérivées et que les équations différentielles déduites de l'expérience puissent se mettre sous la forme des équations de Lagrange.

» La réciproque est vraie; toutes les fois qu'on pourra trouver ces fonctions T et U , on sera certain que le phénomène est susceptible d'une explication mécanique » (1). En effet, on pourra toujours trouver un système de points matériels, de masses con-

(1) *Electricité et optique*, Introd., p. XII.

venablement choisies, dont les coordonnées s'expriment à chaque instant en fonction des paramètres q et dont la force vive soit justement représentée par la fonction T . Et même on pourra en trouver une infinité.

Mais ce résultat prouve-t-il vraiment qu'une explication mécanique soit possible? Maxwell, par exemple, se représente l'intensité d'un courant électrique comme un mode de l'énergie de l'éther — qui est tout entière de nature cinétique. Quand il se produit un courant d'induction, le phénomène réel consiste dans une variation de la force vive de l'éther. Maxwell fait alors une hypothèse sur la forme de la fonction T qui représente cette force vive : il admet qu'elle est égale au potentiel électrodynamique du système de courants changé de signe. Il écrit alors les équations de Lagrange et en déduit les lois de l'induction. Mais la démonstration de M. Poincaré prouve-t-elle que l'on peut donner une explication mécanique du phénomène de l'induction? Oui, si l'on entend par courant d'induction la variation hypothétique de l'énergie cinétique de l'éther que définit Maxwell. Il est bien vrai qu'on pourrait former un système de molécules matérielles dont la force vive serait représentée à chaque instant par la fonction T . Mais, pour compléter l'explication, il faudrait établir que l'on peut bien considérer l'intensité d'un courant comme un mode de cette force vive. Et puisque nous ne connaissons pas en elle-même la nature de l'intensité, il faudrait établir que tous les effets dus au courant *peuvent* s'expliquer par les mouvements du fluide de Maxwell. Sinon, rien ne détermine l'exakte portée de la démonstration et ne prouve qu'elle s'applique bien au phénomène réel et non à quelque phénomène fictif que nous lui avons substitué. En un mot, pour appliquer la méthode de Maxwell, on est obligé *d'isoler* assez arbitrairement un certain nombre de lois physiques. Ainsi isolées, elles se réduisent à un groupe de relations abstraites qui définissent les paramètres q en fonction du temps. On montre alors que l'on peut construire un système mécanique dépendant de paramètres de mêmes *noms* et dont le mouvement serait soumis à des relations semblables. Mais cette analogie formelle entre le phénomène physique et le système mécanique ne suffit pas à démontrer que le premier puisse s'expliquer par le second : comparaison n'est pas raison. Et si l'on veut exprimer exactement le résultat obtenu, il faut dire : en mettant sous la forme des équations de Lagrange les lois d'un phénomène physique, on montre la possibilité de lui trouver un *symbole* mécanique. On peut même, comme nous l'avons vu, en trouver une infinité,

parce que des objets qui diffèrent essentiellement les uns des autres peuvent présenter néanmoins une analogie formelle.

D'ailleurs, il est une condition de l'explication mécanique à laquelle on n'est pas encore sûr de pouvoir satisfaire, quand on a représenté un phénomène par les équations de Lagrange. Les systèmes dont ces équations définissent les mouvements sont soumis à des forces et à des forces de liaisons. Mais celles-ci seront-elles simples? Pourrons-nous ramener à l'action de forces de même nature les mouvements de tous les systèmes dont les lois empiriques ont pu prendre la forme des équations de Lagrange? Nous ne pouvons en aucune manière le prévoir. Et nous ne savons pas du tout si la théorie de ces systèmes présenterait ce caractère d'universalité et de simplicité qui a longtemps semblé la raison d'être de l'explication mécanique et qui seul en rend l'idée séduisante.

* * *

Il nous faut maintenant répondre à la question générale que nous avons posée. Une physique vraiment déductive peut-elle se fonder sur le principe de la conservation de l'énergie? Ou, pour préciser les termes, les lois expérimentales acquièrent-elles, quand on les retrouve par l'application de ce principe, une certitude plus grande? Disposons-nous d'une méthode plus rationnelle, plus sûre que les méthodes empiriques, et capable de nous fournir des résultats qui ne soient plus approchés mais exacts, quand nous déterminons par son usage la forme des lois physiques et l'étendue de leur application? Notre réponse pourra se formuler en peu de mots; car à vrai dire elle est implicitement contenue dans les explications que nous avons déjà fournies.

Le principe de la conservation de l'énergie présente un caractère trop formel pour qu'il puisse à lui seul assurer la marche de la déduction. L'on doit, dans chaque cas particulier, recourir à l'expérience pour définir les termes qui figurent dans son équation; mais l'incertitude des relations empiriques qu'il faut joindre au principe général, pour le féconder, se retrouve nécessairement dans les résultats de l'analyse. Aussi, les lois auxquelles conduit l'équation de l'énergie, bien qu'elles soient obtenues par déduction, n'ont ni plus ni moins d'exactitude que les lois expérimentales.

D'autre part, l'étude d'un phénomène physique est chose trop complexe pour qu'une seule interprétation mécanique s'impose absolument. On peut toujours en trouver plusieurs qui, chacune, nous amènent à écrire sous une forme différente la loi de la con-

servation, et même l'on n'est jamais certain de trouver toutes les interprétations possibles. Entre elles le physicien choisit. Il choisit celle que la connaissance anticipée des résultats expérimentaux lui suggère. On voit que, dans les applications de l'énergétique, la méthode déductive prend une forme bien particulière. Son progrès ne se poursuit pas sous la seule poussée de la nécessité logique. L'esprit de finesse lui fraye la route jusqu'aux conséquences dernières que l'expérience vérifiera. Mais si la souplesse de la méthode en rend commode l'application, elle nous empêche aussi de décider jusqu'à quel point l'accord des lois empiriques et des principes confirme les uns et les autres, et quelle en est l'exacte signification.

Mais mieux qu'un exposé abstrait, l'analyse d'un exemple montrera l'importance des réserves que nous venons de faire. Que le lecteur nous pardonne de la présenter en détail : ce sera pour nous l'occasion de vérifier toutes les thèses soutenues dans ce chapitre.

C'est une opinion reçue aujourd'hui que la valeur des forces électro-motrices d'induction peut se déduire du principe de la conservation de l'énergie, quand on connaît les lois de l'électrodynamique. Helmholtz le premier, dans son Mémoire sur « *la Conservation de la Force* », a indiqué la méthode qui conduit à ce résultat. Maxwell s'est directement inspiré de son travail dans la théorie à laquelle nous avons fait allusion plus haut. Et de nos jours cette méthode est devenue classique.

On peut compter le succès de cette application comme un des plus beaux titres de l'énergétique. Mais voyons à quel prix on l'obtient. L'équation générale de l'énergétique ne nous apprend rien de topique sur la nature de l'induction, tant que nous ne connaissons pas la valeur des termes qui y figurent : travail des forces extérieures au système, quantité de chaleur dégagée, accroissement de la force vive ou de l'énergie potentielle des fluides hypothétiques.

Pour connaître la valeur de ces termes, nous nous appuyerons sur les lois expérimentales de l'électrodynamique. Mais ce n'est pas tout. Les lois de l'électrodynamique concernent des courants qui ne travaillent pas ; il faudra, par une extension dont le caractère arbitraire a été dévoilé par M. Bertrand, les appliquer à des courants qui fournissent du travail. Enfin, comme nous ignorons la nature intime du courant électrique, aucune méthode régulière ne nous permet de composer directement la fonction qui représente l'énergie du système. Heureusement il suffit, pour l'objet

que nous nous proposons, d'admettre que son accroissement est une différentielle exacte.

Deux courants ⁽¹⁾ C_1 et C_2 , alimentés chacun par une pile, se déplacent en présence l'un de l'autre. Les forces électrodynamiques accomplissent un travail. A quelle source d'énergie est-il emprunté? Nos principes formels ne nous permettent pas de le découvrir *à priori*. Quand un courant ne travaille pas, l'énergie voltaïque dépensée par la pile se retrouve tout entière sous forme de chaleur dans le circuit; et, d'après la loi de Joule, la quantité de chaleur dégagée dans l'unité de temps est égale au produit de la résistance par le carré de l'intensité. On a donc la double relation :

$$E i dt = R i^2 dt = dQ \quad (1)$$

Ces relations se vérifient-elles encore quand les courants travaillent? *A priori*, on pourrait l'admettre. On serait alors conduit à supposer que le travail des forces électrodynamiques est emprunté à l'énergie de l'éther. L'énergie de l'éther serait égale au potentiel électrodynamique du système. Mais alors, dans le cas où l'intensité des courants varierait, il y aurait accroissement de l'énergie de l'éther. Et l'énergie voltaïque ne pourrait se retrouver tout entière sous forme de chaleur dans le circuit. Les relations (1) ne pourraient plus être exactes. On pourrait admettre, par exemple, qu'il se produit un phénomène d'induction et l'on déduirait de l'expression de l'énergie de l'éther la valeur des forces électromotrices d'induction.

Mais toutes les conséquences que l'on tirerait de cette hypothèse seraient contredites par l'expérience. Il nous faut donc l'abandonner, quoiqu'elle soit en elle-même parfaitement logique. Ce sont les faits d'expérience, non les principes, qui nous obligent à l'exclure.

Admettons donc que dans le cas où les courants se déplacent, une partie de l'énergie voltaïque se retrouve dans le travail mécanique qu'ils fournissent. Comme l'a montré M. Bertrand ⁽²⁾, bien des hypothèses pourraient encore se présenter. Il nous faut modifier les relations (1); mais de quelle manière? La loi : $dQ = Ri^2 dt$ est-elle encore applicable? « Pourquoi, dit M. Bertrand, de même que la vapeur qui travaille refroidit le vase qui la contient, l'élec-

⁽¹⁾ Nous suivons l'exposition très claire de M. Poincaré dans *Electricité et optique*, I, p. 162 et suiv. et II, p. 25 et suiv.

⁽²⁾ *Théorie mathématique de l'électricité*, chap. XI, p. 208.

tricité n'aurait-elle pas un effet analogue ? On pourrait concevoir que les conducteurs s'échauffent moins quand le courant travaille et ne serait-ce pas aussi vraisemblable que de supposer que les intensités varient ? Une autre conjecture est possible : la loi de Joule s'appliquerait, mais la pile consommerait davantage pour donner le même courant. En d'autres termes, la loi de Faraday ne s'appliquerait pas aux courants qui produisent un travail mécanique » (1).

Mais, en fait, les lois de Joule et de Faraday restent vraies. L'énergie chimique qui ne se dépense pas en chaleur dans la pile elle-même a toujours pour expression le produit Ei de la force électromotrice par l'intensité du courant ; et la chaleur dégagée dans le circuit, en vertu de la résistance qu'il oppose au passage du courant, reste égale au produit Ri^2 de la résistance par le carré de l'intensité. C'est par une autre voie que se vérifie la loi de la conservation. Nous pouvons, en effet, faire une dernière hypothèse. L'intensité du courant varie, quand il travaille, et sa valeur n'est plus donnée par le rapport :

$$\frac{E}{R}$$

mais par un nouveau rapport :

$$\frac{E + E'}{R}$$

Par définition le terme E' , que nous introduisons ici, sera la force électromotrice d'induction. Il s'agit d'en calculer la valeur.

Dans ce but nous allons appliquer l'équation de la conservation de l'énergie. Maintenant seulement, grâce aux hypothèses particulières que nous avons faites, nous pouvons l'écrire sans ambiguïté.

L'énergie voltaïque, en laquelle se transforme la partie utilisable de l'activité chimique dépensée par chacune des deux piles qui produisent les deux courants C_1 et C_2 et qui est égale à :

$$E_1 i_1 dt + E_2 i_2 dt$$

se retrouve elle-même sous trois formes différentes :

(1) Dans son commentaire de la critique de M. Bertrand, M. Poincaré soutient que les différentes hypothèses suggérées par celui-ci et que nous venons d'indiquer ne sont pas naturelles. On peut l'accorder. Mais ce qui nous apparaît comme peu naturel, c'est ce qui est opposé à nos habitudes d'esprit. Toujours est-il que ces hypothèses ne sont pas illogiques. Et cela suffit à notre objet, puisque, dans une exposition rigoureuse, il faut nécessairement recourir à l'expérience pour les éliminer.

1° Sous forme de chaleur produite par le phénomène de Joule dans les deux circuits. En vertu de nos hypothèses cette quantité de chaleur est égale à :

$$R_1 i_1^2 dt + R_2 i_2^2 dt$$

2° Dans le travail électrodynamique résultant du déplacement des conducteurs. Celui-ci se mesure par l'accroissement changé de signe du potentiel électrodynamique du système, quand on laisse constantes les intensités. Le potentiel a pour expression :

$$-\frac{1}{2} (Li_1^2 + 2 Mi_1 i_2 + Ni_2^2)$$

Le travail mécanique est donc égal à :

$$\frac{1}{2} (i_1^2 dL + 2i_1 i_2 dM + i_2^2 dN)$$

3° Enfin dans l'accroissement de l'énergie totale de l'éther, soit :

$$dU.$$

Nous devons donc écrire l'égalité suivante :

$$E_1 i_1 dt + E_2 i_2 dt = R_1 i_1^2 dt + R_2 i_2^2 dt + \frac{1}{2} (i_1^2 dL + 2i_1 i_2 dM + i_2^2 dN) + dU \quad (2)$$

Comme d'ailleurs la forme de la fonction U nous reste tout à fait inconnue, nous ne pourrions déduire de cette équation aucune conséquence précise, qu'à la condition de la transformer. Et pour la transformer, nous devons introduire de nouvelles hypothèses, ou faire un nouvel appel à l'expérience.

Nous avons besoin de connaître, en effet, pour aller plus loin, la forme générale des expressions E_1' et E_2' qui représentent les forces électromotrices d'induction. Définissons-en la forme par les relations suivantes :

$$E_1' = \frac{d}{dt} (Ai_1) + \frac{d}{dt} (Bi_2)$$

$$E_2' = \frac{d}{dt} (Bi_1) + \frac{d}{dt} (Ci_2)$$

où les coefficients A, B, C dépendent seulement de la forme et de la position relative des deux conducteurs. Alors l'équation (2) deviendra :

$$-i_1 d(Ai_1) - i_1 d(Bi_2) - i_2 d(Bi_1) - i_2 d(Ci_2)$$

$$- \frac{1}{2} (i_1^2 dL + 2i_1 i_2 dM + i_2^2 dN) = dU \quad (3)$$

Ce n'est qu'après nous être ainsi frayé la voie par une série d'hypothèses que nous pouvons tirer les conséquences du principe de la conservation de l'énergie. Pour qu'il y ait conservation de l'énergie dans le système, il faut que l'accroissement de la fonction U soit une différentielle totale exacte. En appliquant cette condition d'abord au cas où les intensités varient seules, puis à celui où les courants se déplacent sans variations d'intensité, nous pourrons, par un calcul assez simple et qu'il nous est inutile de reproduire ici, déterminer la valeur des coefficients A , B , C des forces électromotrices d'induction. Ils sont respectivement égaux aux coefficients L , M , N changés de signe.

Mais ne serait-il pas possible d'éviter toutes les hypothèses sur lesquelles s'échafaude la théorie physique, d'en diminuer du moins considérablement le nombre, en s'efforçant de les remplacer par des relations expérimentales bien établies? Nous savons qu'une école de physiciens français s'y applique délibérément et nous souscrirons volontiers à cette méthode qui substitue autant que possible à des constructions abstraites l'interprétation plus directe des faits. Bien entendu, on ne peut juger en bloc la solidité des résultats qu'elle obtient. C'est une question d'espèces. Mais dût-elle tenir toutes ses promesses, il n'en resterait pas moins qu'en s'ouvrant à l'empirisme, la théorie physique renonce à sa rigueur mathématique et s'éloigne singulièrement de cet idéal cartésien d'une science parfaite qui nous rendrait les faits intelligibles en les rattachant à quelques principes très simples par une chaîne inflexible de raisonnements. D'ailleurs, il nous semble que dans la plupart des cas, les physiciens dont nous exposons la méthode ne parviennent point, malgré leurs intentions, à se dépouiller de toute hypothèse. En font-ils une économie notoire? L'appréciation est difficile. Un exemple fixera les idées du lecteur.

Quand, dans son cours d'électricité, M. Pellat reprend les démonstrations par lesquelles Helmholtz et lord Kelvin ont tiré des principes de la thermodynamique la valeur des forces électromotrices d'induction, il s'efforce de leur donner une forme plus expérimentale et d'en bannir toute hypothèse en faisant un plus complet usage des faits connus ⁽¹⁾.

Helmholtz et lord Kelvin avaient admis, « sans en donner de preuve, que l'énergie potentielle d'un système formé par des aimants et par un courant est indépendante de la position de celui-

(1) H. Pellat, *Cours d'électricité*, II, p. 167 et suiv.

ci ». M. Pellat croit pouvoir le démontrer; et pour le faire il s'appuie sur ce fait d'expérience que si l'on ouvre un circuit il se produit des phénomènes calorifiques de self induction créant une quantité de chaleur proportionnelle au carré de l'intensité du courant qui vient de s'éteindre. De même si l'on ferme un circuit, les phénomènes de self induction et de Joule produisent encore des quantités de chaleur proportionnelles au carré de l'intensité du courant qui va s'établir. En supposant donc, tout d'abord, que le courant considéré a une intensité infiniment faible, les quantités de chaleurs mises en jeu, lorsqu'on l'ouvre ou le ferme dans un champ magnétique créé par des aimants, sont des infiniment petits du second ordre. Imaginons alors un tel courant; et faisons subir à ce système trois modifications successives : 1° ouvrons le circuit; 2° déplaçons-le infiniment lentement; 3° fermons le circuit dans la nouvelle position qu'il a prise. Il est facile de voir, en écrivant l'équation de la conservation de l'énergie, que dans la deuxième modification la variation de l'énergie est nulle; que dans la première et la troisième modification elle est respectivement égale à un infiniment petit du second ordre. Comme on peut négliger les infiniment petits du second ordre, l'énergie n'a donc pas changé dans l'ensemble de la modification. En généralisant ce résultat, on l'étendra tour à tour à des courants d'intensité finie, et au cas où les aimants se déplacent par rapport au courant.

Mais la première de ces généralisations ne comporte-t-elle pas une hypothèse exactement équivalente à celle de Helmholtz dont on voulait justement se passer?

Nous le croyons pour notre part. Substituons, en effet, au courant que nous considérons tout à l'heure un courant d'intensité finie, et faisons subir au système la même suite de modifications. La variation de l'énergie sera la somme de deux termes qui ne seront plus maintenant des infiniment petits du second ordre, puisqu'ils seront proportionnels aux carrés des nombres finis qui représentent l'intensité du courant qui s'éteint ou qui s'établir. Il faudra donc que cette somme soit nulle pour que la variation de l'énergie le soit elle-même. Mais rien, dans l'analyse du courant d'intensité infiniment faible considéré d'abord, ne nous amenait à le prévoir, puisque, dans ce cas, nous nous appuyions seulement sur cette idée que les infiniment petits du second ordre, et par conséquent leurs sommes, sont négligeables. On voit donc que dans la démonstration de M. Pellat s'introduit en dernier lieu une hypothèse aussi importante que celle d'Helmholtz, et d'ailleurs presque équivalente à elle.

Sans entrer dans tous les détails de la théorie de M. Pellat, indiquons une autre hypothèse importante à laquelle il doit faire appel pour étendre la règle donnant la force électromotrice d'induction au cas où le champ magnétique est formé non plus par des aimants, mais par d'autres courants.

Elle s'appliquera encore nécessairement, d'après cet auteur, parce que les phénomènes d'induction ne peuvent dépendre que de la variation du flux à travers les spires du circuit induit et en chaque point de celui-ci, et que celle-ci pourrait toujours être obtenue en utilisant une certaine distribution d'aimants et en les déplaçant de façon convenable. Si la variation du champ est la même, la force électromotrice sera forcément la même en vertu du « principe de l'action du milieu ». Les actions à distance sont inintelligibles, et « le phénomène qui se produit en un point de l'espace ne peut dépendre que de la nature et de l'état du milieu au point considéré et dans son voisinage immédiat ». Mais tous les physiciens sont-ils disposés à considérer comme évident ce postulat d'un caractère plutôt métaphysique qu'expérimental ? En outre, sommes-nous certains *à priori* que le champ magnétique est *absolument* caractérisé en chaque point par le flux de force en ce point ? Enfin ne serait-on pas tenté, avant d'avoir établi la théorie de l'induction, de penser que ses lois ne doivent pas conserver la même forme, selon que le champ est créé par des aimants ou par d'autres courants, puisque dans le premier cas le déplacement du circuit induit n'entraînera aucune variation d'énergie dans le système, tandis qu'elle en entraînera certainement une dans le second ? En un mot, le principe invoqué par M. Pellat passera sans doute pour naturel et légitime aux yeux de beaucoup de physiciens. Si, néanmoins, nous voulons bien comprendre la forme de la théorie physique, nous devons le compter pour une hypothèse notoire, nécessaire au développement de la déduction.

* * *

Que le lecteur ne se méprenne pas sur nos intentions. Nous n'avons pas voulu, dans ce chapitre, faire le procès de la thermodynamique. Au contraire nul plus que nous n'admire le précieux instrument d'analyse qu'elle met aux mains des physiciens. Mais il appartient à la critique philosophique de bien marquer la forme de sa méthode et d'apprécier le degré de certitude auquel elle peut prétendre. Or nous ne devons pas nous attendre à trouver dans les déductions de la thermodynamique, bien que ses théories

comptent parmi les plus rigoureuses de la physique, la force démonstrative du raisonnement mathématique. La démonstration mathématique nous découvre dans les principes la raison totale des conséquences; et la nécessité de ces dernières nous apparaît avec la clarté d'un rapport analytique. La méthode de Helmholtz — qui peut pourtant passer pour un modèle — ne nous offre pas un enchaînement aussi rationnel. Comment s'en étonner? L'analyse ne peut accomplir des miracles; et déduire d'un principe aussi indéterminé et aussi formel que celui de la conservation de l'énergie la nature particulière d'un phénomène physique. On ne peut lever cette indétermination, qu'en introduisant dans la théorie un ensemble complexe de relations empiriques et d'hypothèses. Ces hypothèses il est, à notre avis, impossible de les éviter. Si ingénieuse que soit la méthode d'exposition adoptée, elles se retrouveront toujours sous une forme ou sous une autre. Il serait d'ailleurs le plus souvent impossible de les vérifier une à une par la voie de l'expérimentation; parce que l'interprétation des expériences et la mesure des grandeurs physiques s'appuie toujours, comme l'a fortement établi M. Duhem, sur la théorie des phénomènes. En sorte que, par un inévitable cercle vicieux, la vérité de la théorie serait garantie par les faits et celle des faits par la théorie.

Ce n'est point à dire que les théories de la thermodynamique ne puissent souvent emporter notre conviction. En fait beaucoup d'entre elles sont adoptées par tous les physiciens. Lorsque leurs hypothèses sont naturelles, que leurs conséquences s'accordent avec un grand nombre de faits expérimentaux, qu'elles nous permettent de prévoir des faits que nous ignorions encore, elles deviennent de plus en plus probables; comme nous l'établirons dans la seconde partie de ce travail. On verra que nous ne poussons point le scepticisme aussi loin que certains auteurs contemporains; et c'est contre le nominalisme à la mode qu'est principalement dirigée notre thèse. Mais il convient de distinguer les différentes méthodes et le degré de certitude que comporte chacune d'elles. Or, selon nous, ce serait une grande illusion de compter sur la discipline de l'énergétique pour nous découvrir l'origine rationnelle des lois de la physique, pour les rattacher à des principes simples et en fournir — au sens cartésien du mot — une explication mécanique. Elle n'a point autant de pouvoir. Car dans chaque question il faut adjoindre aux principes formels des données empiriques et des hypothèses pour mettre en mouvement la déduction et la guider parmi toutes les voies qu'elle pourrait prendre.

Nous allons voir, d'ailleurs, qu'au moment où l'énergétique se constitue définitivement et découvre par la combinaison du principe de la conservation et du principe de Carnot les équations complètes du mouvement, elle renonce à expliquer les phénomènes physiques, c'est-à-dire à les déduire de principes simples et universels, et qu'elle s'assigne le but plus modeste de les coordonner et de les classer.

CHAPITRE IV

Les tendances nouvelles de la mécanique et la physique qualitative.

Les anciennes théories mécaniques, — atomisme, mécanique Cartésienne, mécanique Newtonienne, — malgré les différences radicales qui les séparaient, s'appuyaient toutes sur une hypothèse commune. Les lois du mouvement étaient justiciables d'un petit nombre de principes simples ; parce que les derniers éléments de la matière, identiques dans leur substance, devaient exercer les uns sur les autres les mêmes actions. A celui qui aurait eu la vue assez pénétrante, le monde mécanique aurait offert le spectacle de la répétition innombrable des mêmes actes élémentaires. Et cette uniformité absolue devait en droit le rendre absolument pénétrable à la raison. On supposait, en outre, que tous les phénomènes physiques, dépouillés de leurs apparences subjectives et du mirage de leurs qualités sensibles, se réduisaient à des mouvements locaux. Aussi, pour déduire leurs lois des principes premiers, suffisait-il de bien imaginer le système mécanique constitué par les corps en présence, de bien disposer les masses élémentaires et de bien distribuer les vitesses initiales. On pouvait alors expliquer tous les changements d'état dont ces corps étaient le siège.

Mais il y a un abîme entre le droit et le fait. En droit, tout peut s'expliquer mécaniquement. Mais, en fait, la complexité inextricable des phénomènes contraint le physicien à substituer constamment l'hypothèse au calcul rigoureux. Il applique sans doute à l'étude de chaque problème les mêmes principes, mais comme ils sont formels, il faut bien qu'il les détermine dans chaque cas par des conventions spéciales, que lui inspire la connaissance anticipée des faits expérimentaux. La mécanique fournit le point de départ ; l'expérience le point d'arrivée. Mais dans la longue marche qui mène le physicien de l'un à l'autre, il est moins porté par les principes, qu'attiré par les faits d'expérience. Et la méthode

rationnelle le conduit au port, comme le gouvernail dirige le navire, quand le pilote qui tient la barre a le regard fixé sur les feux de la côte.

De nos jours la mécanique paraît s'engager dans une voie nouvelle et abandonner cette prétention de nous découvrir dans toute la nature physique la répétition innombrable des mêmes actes élémentaires et très simples. La difficulté croissante des problèmes qu'elle rencontre dans l'étude des réactions chimiques ou de la pile électrique, etc..., a fait sentir le besoin d'une méthode plus souple, qui, sans obliger le physicien à étendre son analyse jusqu'aux éléments derniers de la matière et aux phénomènes ultimes dont elle est le siège, permettrait néanmoins d'ordonner en un tout cohérent les lois globales que l'expérience nous révèle. L'unité que l'on cherche n'est plus qu'une unité formelle. On fait dépendre la solution de chaque problème de physique d'un même système d'équations, qui a toujours la même forme générale; où des fonctions analogues jouent toujours un même rôle. Mais dans la détermination de ces fonctions, de leur forme algébrique et des variables dont elles dépendent, la plus grande marge est laissée à l'initiative du physicien. Il ne doit se préoccuper, dans ce choix, que de bien rendre compte des faits d'expérience. Aussi, bien qu'il applique à toutes les questions une même discipline générale et qu'il leur donne des solutions *symétriques*, il respecte l'originalité de chaque catégorie de faits, ou du moins ne fait aucun effort pour les réduire les uns aux autres.

Cette mécanique nouvelle est née de l'union du principe de Carnot-Clausius avec le principe de l'équivalence; W. Gibbs⁽¹⁾ en a développé les théorèmes fondamentaux; M. Massieu a démontré les propriétés de la fonction caractéristique à laquelle elle fait jouer un rôle essentiel; et l'on peut rendre à M. Duhem cet hommage, qu'il a été son infatigable protagoniste; qu'il l'a appliquée avec succès à l'étude de tous les grands problèmes de la physique, et que, tout en généralisant son application par des additions heureuses, il en a donné à plusieurs reprises l'exposé le plus rigoureux et le plus méthodique. Cette méthode, il ne nous appartient pas de la juger. Mais comme elle a fait aujourd'hui ses preuves et qu'il faut compter avec elle, nous nous proposons d'en exposer rapidement les principes et d'en marquer la portée philosophique.

(1) W. Gibbs, *On the equilibrium of heterogeneous substances.*

Le principe de Carnot-Clausius ⁽¹⁾ peut s'énoncer ainsi : lorsqu'un système passe d'un état 0 à un état 1 par une suite de modifications réversibles, on peut trouver une grandeur S ne dépendant que de l'état du système, et telle que la relation :

$$\int_0^1 \frac{dq}{T} = S_0 - S_1 \quad (1)$$

soit vérifiée. T représente la température absolue du système ; dq la quantité de chaleur dégagée dans une modification infiniment petite ; la grandeur S est par définition l'entropie du système.

Si toutes les modifications n'étaient pas réversibles, la relation (1) deviendrait la relation (2) :

$$\int_0^1 \frac{dq}{T} = S_0 - S_1 + P \quad (2)$$

où P représente une quantité essentiellement positive. — Supposons que la modification considérée soit isothermique ; la relation (1) peut alors s'écrire ainsi :

$$Q = T (S_0 - S_1) \quad (3)$$

et la relation (2) devient :

$$Q = T (S_0 - S_1) + TP \quad (4).$$

Q étant la quantité totale de chaleur dégagée dans le passage de l'état (1) à l'état (2).

D'un autre côté, en appliquant au système le principe de la conservation de l'énergie, nous pouvons écrire la relation :

$$EQ = U_0 - U_1 + T_e + W_0 - W_1 \quad (5).$$

La fonction U représente l'énergie interne du système ⁽²⁾ ; T_e le travail des forces extérieures dans la modification ; W l'énergie cinétique.

⁽¹⁾ Voir, pour l'exposition du principe de Carnot-Clausius, l'*Etude sur le travail thermodynamique* de M. J.-W. Gibbs, de M. Duhem, *Bulletin des Sciences Mathématiques*, 1887, 1^{re} part., p. 124 et suiv.

⁽²⁾ Nous devons distinguer ici l'énergie interne et l'énergie cinétique, ce que nous n'avons pas fait au ch. II. Pour rester d'accord avec les notations du ch. II, nous considérons l'énergie comme homogène à un travail, au lieu de la considérer comme homogène à une quantité de chaleur avec M. Duhem.

Appelons F la grandeur :

$$U - ETS.$$

Celle-ci joue un rôle essentiel dans toutes les équations de la mécanique. Les physiciens lui ont donné plusieurs noms. M. Duhem s'est arrêté à celui de potentiel thermodynamique interne ⁽¹⁾, dont l'usage se justifiera dans la suite. — Une modification réelle n'est jamais réversible. La comparaison des équations (4) et (5), applicables à une modification réelle, nous fournira la relation suivante :

$$ETP = F_0 - F_1 + T_e + W_0 - W_1 \quad (6).$$

Nous allons en tirer la condition générale de l'équilibre.

Supposons qu'un système se trouve sans vitesse initiale dans l'état 0. S'il n'y reste pas en équilibre, et passe de l'état 0 à l'état 1 par une modification réelle isothermique, comme W_0 est nul, W_1 certainement positif, l'inégalité :

$$0 < F_0 - F_1 + T_e \quad (7)$$

sera nécessairement vérifiée.

On peut alors énoncer sous la forme suivante le principe de la statique :

« Un système placé sans vitesse initiale dans l'état 0 y demeure »
 « forcément en équilibre, si toutes les modifications isothermiques »
 « virtuelles par lesquelles on pourrait l'amener de l'état 0 à un »
 « état voisin 1 vérifient la condition :

$$F_0 - F_1 + T_e \leq 0 \quad (8).$$

» Nous reconnaissons que la condition d'équilibre qui vient »
 « d'être énoncée a exactement la forme qu'aurait, en mécanique, »
 « la condition d'équilibre d'un système constitué de la manière »
 « suivante : ce système est soumis aux mêmes forces extérieures »
 « que le système précédent ; il est en outre le siège de forces inté- »
 « rieures dont F est le potentiel.

» En effet, en une modification d'un tel système, pendant que »
 « les forces extérieures effectueraient le travail T_e , les forces inté- »
 « rieures effectueraient un travail $(F_0 - F_1)$; la condition (8) »
 « exprimerait donc que le travail de toutes les forces qui sollici-

⁽¹⁾ Voy. Duhem, *Thermodynamique et chimie* (Paris, 1902), p. 103.

» tent le système est négatif ou nul en toute modification susceptible de faire sortir le système de l'état 0 » ⁽¹⁾.

Pour mettre la condition d'équilibre sous une forme plus commode, et pouvoir en déduire les lois du mouvement, par une extension du principe de d'Alembert, apportons d'abord une restriction à la généralité des systèmes mécaniques étudiés, que rien ne limitait jusqu'ici. La mécanique, que nous allons maintenant exposer « traitera exclusivement des systèmes pour lesquels » toute suite d'états d'équilibre est une modification réversible ; » par le fait elle cessera d'être une mécanique entièrement générale pour n'être plus que l'étude d'une catégorie, très étendue » sans doute, mais cependant particulière de systèmes matériels ; » hors du domaine qu'elle prétend soumettre à ses lois, elle laissera bien des corps, nommément ceux qui peuvent éprouver » des modifications permanentes. Si plus tard, une mécanique » peut être constituée, qui embrasse en ses théorèmes l'équilibre » et le mouvement de semblables corps, ce sera par une généralisation de la mécanique restreinte qui va maintenant nous occuper ; par un apport d'hypothèses et de principes étrangers à » ceux que nous allons énoncer » ⁽²⁾.

La transformation de la condition d'équilibre pour de pareils systèmes s'appuie sur une définition précise de la modification réversible.

Considérons dans un changement réversible deux états quelconques du système : A et $A + dA$, infiniment voisins l'un de l'autre. Par définition, le système pourra passer sous l'influence des forces extérieures, soit de l'état A à l'état $A + dA$; soit de l'état $A + dA$ à l'état A . Comme la vitesse fait partie de l'état du système, il est évident que la condition de réversibilité ne peut être remplie, si à chaque instant la vitesse de tous les éléments n'est pas égale à zéro. Il en résulte qu'une modification réversible est constituée par une suite d'états d'équilibre. Sa notion envelopperait donc contradiction, puisqu'elle réunirait l'idée du mouvement et celle du repos, si l'on ne la considérait comme une limite idéale, dont les changements réels peuvent se rapprocher plus ou moins. Les relations que l'on établit pour les modifications réversibles ne pourront jamais s'appliquer exactement à des corps en mouvement, puisque les changements qu'ils éprouvent ne peuvent jamais se renverser. Mais elles seront d'autant plus approchées, que les conditions dans lesquelles ils sont placés sont

⁽¹⁾ Duhem, *Thermodynamique et chimie*, p. 104.

⁽²⁾ Duhem, *Evolution de la mécanique*, p. 240.

plus voisines des conditions d'équilibre. « Au système en équilibre elles s'appliqueront exactement... La notion de modification réversible peut servir à fonder la statique » (1).

La comparaison des équations (3) et (5) montre que dans une modification réversible infiniment petite on a la relation :

$$dT_e - dF = 0 \quad (9)$$

Or considérons un système de corps en équilibre. Une modification virtuelle de ce système satisferait aux conditions de réversibilité. On pourrait donc lui appliquer la relation (9). La circonstance qui caractérise l'état d'équilibre réside dans ce fait que la relation (9) se trouve vérifiée par toutes les modifications virtuelles du système à partir de cet état.

Nous pouvons donc, sous les restrictions que nous avons faites, énoncer de la façon suivante le principe fondamental de la statique : si un système se trouve en équilibre, toutes les modifications virtuelles accomplies sans variations de température vérifient l'égalité :

$$dT_e - dF = 0$$

« Pour passer des lois de l'équilibre aux lois du mouvement, le » procédé qui s'offre au physicien consiste à étendre à la mécanique » générale le classique principe de d'Alembert.

» En vertu de ce principe, le système demeurerait en équilibre » dans son état actuel si on le soumettait non seulement aux » actions extérieures qui le sollicitent réellement, mais encore » aux forces fictives d'inertie. Si donc à partir de l'état dans » lequel le système se trouve à un instant donné, on lui imposait » un changement *virtuel*, qui n'altérât pas la température de ses » diverses parties, on imposerait en même temps à son potentiel » interne un certain accroissement, et cet accroissement égalerait la somme des travaux *virtuels* des actions extérieures et des » forces d'inertie » (2).

Ainsi en appelant dT_j le travail des forces d'inertie, l'égalité suivante :

$$dT_e + dT_j - dF = 0 \quad (10)$$

doit être vérifiée à chaque instant pour tous les mouvements *virtuels* du système.

(1) Duhem, *L'évolution de la mécanique*, p. 242.

(2) Duhem, *L'évolution de la mécanique*, p. 261. Cfr. *Quelques extensions récentes de la statique et de la dynamique*, p. 12.

Après ce coup d'œil d'ensemble jeté sur les principes de la méthode, tâchons d'en dégager la portée et d'en marquer les caractères les plus originaux. Il appartient d'abord au physicien de choisir les variables indépendantes, qui, avec la température, définissent à chaque instant la position et la forme des diverses parties du système, ainsi que toutes leurs propriétés physiques. Choisir ces variables indépendantes c'est imposer au système un ensemble de liaisons, quoique le mot liaison prenne un sens beaucoup plus étendu que dans la mécanique classique; c'est déterminer et limiter en vertu de la définition du système le nombre des modifications virtuelles qu'il pourra subir. Les propriétés d'un corps ou d'un ensemble de corps ne peuvent pas varier chacune pour son compte; elles sont liées les unes aux autres par un ensemble de lois que l'expérience nous fait connaître. La connaissance empirique de ces lois, ou à son défaut un ensemble d'hypothèses appropriées, rendent donc seules possible la mise en équation d'un problème de mécanique; puisqu'elles permettent seules de déterminer les variables indépendantes dont dépend à chaque instant l'état du système. Mais alors l'objet d'une théorie mécanique se trouve restreint: elle ne peut se proposer d'expliquer ces lois empiriques, puisqu'au contraire elle se fonde sur elles. Elle peut seulement, en s'appuyant sur ces lois, qui définissent en quelque sorte la constitution propre des corps en présence, écrire les équations d'où se déduit leur état de repos ou de mouvement.

Cette méthode demande donc à l'expérience une première analyse des propriétés des corps et de leur mode de dépendance. Aucune mécanique physique, à vrai dire, n'échappait à ce besoin. Nous l'avons vu dans les deux chapitres précédents. Mais l'originalité de la théorie nouvelle consiste à l'avouer et à y adapter complètement la méthode. En effet, celle-ci repose sur la considération de certaines fonctions caractéristiques, énergie, entropie, potentiel thermodynamique, qui ne dépendent que de l'état du système, et dont les variations seront entièrement connues, quand on connaîtra au moment initial et au moment final la valeur des paramètres qui définissent le système; et cela *quelle que soit la nature de ces paramètres et des propriétés qu'ils représentent*, pourvu que l'état des corps soit complètement déterminé par eux. Il n'est donc plus nécessaire, pour mettre un problème en équation, de ramener toutes les propriétés des corps à des considérations de masses, de figures ou de mouvements. On peut prendre pour variables toutes les *qualités* physiques, pourvu que l'on connaisse un moyen direct ou indirect de les mesurer ou de les repé-

rer. M. Duhem, dans maints passages, a parfaitement défini cette orientation nouvelle de la mécanique et montré la simplicité et la généralité que ce changement de méthode donne aux théories, en même temps d'ailleurs qu'il nous oblige à abandonner l'espoir chimérique d'une explication — dans le sens Cartésien du terme — qu'avaient longtemps caressé les physiciens.

« Pourquoi chercher à remplacer par des constructions mécaniques les corps et leurs modifications, au lieu de les prendre tels que les sens nous les donnent, ou plutôt tels que notre faculté d'abstraire, travaillant sur les données des sens, nous les fait concevoir ? Pourquoi se représenter la température comme la quantité d'un certain fluide libre ou comme la force vive d'un certain mouvement, au lieu de la regarder simplement comme cette propriété qu'a un corps de nous paraître plus ou moins chaud, de faire monter plus ou moins haut le mercure du thermomètre ? Pourquoi chercher à se figurer les changements d'état comme des déplacements, des juxtapositions de molécules, des variations de trajectoires, au lieu de caractériser un changement d'état par le trouble qu'il apporte dans les propriétés sensibles et mesurables des corps : augmentation ou diminution de densité, absorption ou dégagement de chaleur, etc... ? Pourquoi vouloir que les axiomes sur lesquels toute théorie doit reposer soient des propositions fournies par la statique ou la dynamique, au lieu de prendre pour principes des lois fondées sur l'expérience et formulées par l'induction, quelle que soit la nature des concepts auxquels elles font appel ?

» Ces réflexions conduisent à renverser la méthode jusque-là suivie en physique. L'idéal des théoriciens consistait à représenter les phénomènes au moyen d'hypothèses mécaniques peu nombreuses et simples, qu'ils regardaient comme de véritables *explications* ; c'est cet idéal auquel il faut renoncer, qu'il faut remplacer par un autre ; la meilleure théorie sera maintenant celle qui ne fera entrer dans les raisonnements d'autres notions que celles qui ont un sens physique, qui sont directement mesurables : la densité, la température, la quantité de chaleur, etc. ; qui ne prendra pour principe que des lois d'origine expérimentale, telles que la loi de l'équivalence entre la chaleur et le travail ; qui se proposera pour but non pas d'*expliquer* les phénomènes, mais de les *classer* » (1).

(1) Duhem, *Introduction à la mécanique chimique*, p. 88.

Pour résoudre les problèmes de la statique et de la dynamique, il faut connaître la forme de la fonction F , c'est-à-dire de la fonction caractéristique de M. Massieu ou du potentiel thermodynamique interne de M. Duhem, qui figure dans les équations. Aucun principe général ne peut *a priori* déterminer sa constitution. Il faut dans chaque cas demander à l'expérience de nous la découvrir. Supposons, par exemple, que nous ayons besoin de connaître le potentiel interne d'un gaz parfait.

Nous pourrions calculer séparément l'énergie et l'entropie. Une expérience de Joule, montrant que la détente d'un gaz dans le vide n'absorbe ni ne dégage de chaleur, permet de faire ce calcul. On en conclut aisément, en effet, que l'énergie d'une masse de gaz ne dépend que de sa température et non pas du volume sous lequel elle est maintenue, et que les variations de l'énergie sont proportionnelles à celles de la température. Cette relation une fois obtenue permettra à son tour de déterminer l'accroissement de l'entropie quand la masse de gaz passe du volume V_0 et de la température T_0 au volume V et la température T . Il suffira de décomposer cette modification en deux autres : l'une isothermique dans laquelle le volume seul variera, l'autre accomplie sous volume constant dans laquelle la température seule variera. Dans la première, le travail de la pression nous fera connaître la quantité de chaleur dégagée ; dans la seconde nous aurons :

$$EdQ = - dU$$

$$S_0 - S = \int_{T_0}^T \frac{dQ}{T} = - \int_{T_0}^T \frac{dU}{ET}$$

Connaissant les fonctions U et S , il nous suffira de former l'expression $(U - ETS)$ pour obtenir le potentiel thermodynamique interne ⁽¹⁾.

Mais on ne peut toujours recourir à l'expérience pour découvrir la forme des fonctions caractéristiques d'un système : les faits sont trop complexes pour qu'ils se prêtent à une analyse directe. On la détermine alors par une série d'hypothèses particulières ; et on modifie celles-ci jusqu'au moment où les conséquences de la théorie s'accordent avec les faits expérimentaux et en rendent possible la coordination. Pour n'en donner qu'un exemple, l'ana-

(1) Voy. *Thermodynamique et chimie*, p. 34 et p. 91.

lyse de Gibbs, qui conduit à la belle loi des phases, s'appuie sur le postulat suivant :

$$F = M_1 F_1 + M_2 F_2 + \dots + M_p F_p$$

« Dans cette formule, F_1 est une quantité dont la valeur dépend de la température, de l'état de la phase 1, de sa composition, de sa densité ; on peut dire que F_1 est le potentiel thermodynamique interne qui caractériserait l'unité de masse de la phase 1 si l'on considérait isolément cette masse, à la même température, sous le même état, avec la composition et la densité qu'elle présente au sein du système. Au sujet des quantités $F_2 \dots F_p$, on peut répéter des considérations analogues » ⁽¹⁾. Mais quelle raison avons-nous d'accepter ce postulat essentiel ? Uniquement une raison d'ordre expérimental. La théorie qu'il sert à fonder rend compte d'un grand nombre de phénomènes d'équilibre chimique. Ses conséquences, développées par une longue analyse mathématique, sont conformes à l'expérience.

Rien ne limite *à priori*, pour le physicien, le droit de faire des hypothèses sur la forme des fonctions V, S, F . L'expérience seule sera son juge ; car aucun principe général ne permet d'assigner une fois pour toutes la nature de ces grandeurs. Il pourra et il devra même modifier ses hypothèses pour les adapter à la forme des systèmes qu'il étudie. Seules les difficultés de calcul traceront, dans la pratique, des limites à l'initiative du physicien. Il fera d'abord les hypothèses les plus simples et ne les compliquera que peu à peu, à mesure que les faits observés déborderont les cadres qu'il aura construits. Mais puisque la forme des fonctions caractéristiques dont dépendent les lois de la statique et de la dynamique varie d'un système à l'autre et que l'expérience, directe ou indirecte, la fait seule connaître, le physicien ne peut plus prétendre ramener à des principes simples et uniformes les phénomènes du mouvement et du repos et les changements d'état des corps ; en donner une explication au sens Cartésien de ce terme. La mécanique nouvelle ne postule plus l'identité foncière de tous les systèmes mécaniques ; elle a conçu une méthode assez souple pour qu'elle se plie à la nature originale de chacun d'eux. Sans doute cette méthode est générale ; elle fait toujours dépendre les lois du mouvement et du repos d'un système d'équations similaires. Mais il faudra, dans chaque cas, déterminer par

⁽¹⁾ Duhem. *Thermodynamique et chimie*, p. 120.

des hypothèses particulières la nature propre des fonctions qui y figurent. En un mot l'unité à laquelle cette théorie mécanique subordonne les phénomènes physiques n'exclut pas la diversité des constitutions spécifiques, parce qu'elle reste toute formelle.

Mais ce n'est pas tout. La théorie mécanique, que nous avons fondée sur la thermodynamique, n'embrasse pas, malgré la souplesse de ses formules, tous les phénomènes du mouvement ou des changements d'état. Elle ne s'applique exactement qu'à des systèmes idéalement simples, qui ne seraient affectés ni de viscosité, ni de frottement, ni d'hystérésis. Pour l'adapter à la réalité des faits, il faut en compliquer les formules ; introduire dans les équations des termes nouveaux et différents, selon la nature propre des systèmes que l'on étudie.

En premier lieu, pour obtenir les équations générales de la statique et de la dynamique, nous nous sommes appuyé sur un postulat fondamental qui n'est pas toujours vérifié. Nous avons admis que toute série continue d'états d'équilibre était une modification réversible. Or il est deux espèces de systèmes au moins qui ne réalisent pas cette condition. Ce sont d'abord ceux qui subissent des altérations permanentes. Par exemple, un morceau d'acier conserve une aimantation permanente, après que l'action magnétisante a cessé de s'exercer. Un tube de verre ne reprend pas sa forme et ses propriétés primitives quand les circonstances extérieures redeviennent les mêmes. Lorsque de pareils systèmes sont passés d'un état à un autre état, au cours d'une modification très lente, on ne peut les ramener au point initial, par la même suite d'états intermédiaires, en renversant l'ordre dans lequel se produisent les variations de la température et des actions extérieures. En un mot une modification d'un de ces systèmes n'est jamais réversible. Nous ne pouvons pas leur appliquer nos formules ⁽¹⁾.

Il est d'autres systèmes auxquels elles ne conviennent pas davantage, parce qu'ils ne vérifient pas non plus notre postulat fondamental. — Une modification rigoureusement réversible ne peut jamais être réelle. Mais nous avons admis que l'on pouvait, en faisant tendre les actions extérieures et les températures vers la limite où elles maintiendraient le système en équilibre, obtenir des modifications réelles qui se rapprocheraient indéfiniment de la modification réversible. Or, « imaginons qu'en étudiant un sys-

⁽¹⁾ Duhem, *Evolution de la mécanique*, chap. XIV, p. 312.

tème physique, nous constatons la particularité que voici : en général, étant donné un état d'équilibre, si l'on modifie infiniment peu, et cela d'une manière quelconque, les propriétés que possède le système en cet état, les actions extérieures qui l'y sollicitent, on l'amène à un nouvel état d'équilibre. Il est clair qu'une suite continue de tels états d'équilibre ne peut être une modification réversible, car une autre suite d'états, infiniment voisins de la première, sera encore une suite d'états d'équilibre; ce ne pourra être une modification réelle. Un système qui offre une semblable particularité ne présente donc point le caractère auquel on reconnaît les systèmes soumis à la mécanique de Gibbs et de Helmholtz; il exige la création d'une autre mécanique » (1). La propriété caractéristique de ces systèmes présente certaines analogies avec le frottement; sur une surface rugueuse, il n'y aura pas seulement des points privilégiés, mais des régions entières, formées par toutes les pentes dont l'inclinaison ne dépasse pas une limite maxima, où un petit corps pesant pourra se maintenir en équilibre. Aussi M. Duhem appelle-t-il ces systèmes : systèmes à frottement. Certaines expériences très intéressantes tendent à prouver leur très grande généralité. On peut penser que « la statique de Gibbs, la dynamique de Helmholtz sont des formes limites de la statique et de la dynamique des systèmes à frottement; celles-ci tendent vers celles-là, lorsque les actions de frottement deviennent infiniment petites ».

Enfin, nous avons fondé la dynamique à partir de la statique par une généralisation audacieuse du principe de d'Alembert. Rien ne démontre la légitimité de cette méthode; il ne faut point s'étonner qu'elle se montre insuffisante dans certains cas. Dans toute modification virtuelle du système l'égalité :

$$dT_e + dT_f - dF = 0 \quad (10)$$

doit être vérifiée. Il faut donc égaler à zéro les coefficients de toutes les variations $d\alpha$, $d\beta$, etc. On obtient ainsi un système d'équations :

$$A + J\alpha = \frac{dF}{d\alpha} \text{ etc...} \quad (11)$$

où A et $J\alpha$ représentent l'action des corps extérieurs et la force d'inertie relatives à la variable α . Mais supposons qu'à une variation de α ne corresponde aucun déplacement des masses qui com-

(1) Duhem, *Evolution de la mécanique*, p. 298.

posent le système. Cette variable et sa dérivée par rapport au temps ne figureront pas dans l'expression de la force vive, et par conséquent la force d'inertie qui lui correspond sera toujours nulle. On l'appelle variable sans inertie. « Une variable sans inertie donnerait, parmi les équations (11) qui régissent le mouvement du système, une équation identique à la condition d'équilibre correspondante. En particulier, si l'état du système dépendait d'une seule variable hors la température, et que cette variable fût sans inertie, les conditions d'équilibre devraient être à chaque instant vérifiées; à chaque instant le système se trouverait précisément dans l'état où il demeurerait en équilibre, si la température et les actions extérieures cessaient de varier » (1). Or, l'expérience montre qu'il n'en est pas toujours ainsi. Par exemple, un mélange de chlore, d'hydrogène et d'acide chlorhydrique placé au sein d'un récipient rigide peut se définir par la température jointe à une seule variable : le degré d'acidité du mélange. Celle-ci est une variable sans inertie. Porté à une certaine température, le mélange devrait présenter « aussitôt le degré d'acidité qui en assure l'équilibre à la température considérée. L'expérience montre qu'il n'en est pas ainsi; la composition d'un tel système varie d'un instant à l'autre; l'équilibre n'est atteint qu'au bout d'un temps plus ou moins long ».

Dans tous les cas analogues, on dit que la différence entre la théorie et l'expérience est due à des phénomènes de viscosité.

Ces écarts entre les conclusions de la théorie mécanique et les faits expérimentaux vont-ils nous obliger à l'abandonner? Non; mais il faudra certainement la compliquer, tout en lui conservant, autant que possible, la forme primitive que nous lui avons donnée et sous laquelle elle rend déjà compte d'un grand nombre de faits. Sans changer la forme des équations fondamentales, nous devons y introduire des termes nouveaux, actions de viscosité, forces de frottement, qui, sans prétendre représenter de véritables entités, ni la nature intime des forces cachées, pourront, malgré leur origine empirique ou plutôt à cause d'elle, rétablir l'accord entre la théorie et l'expérience. En effet, c'est l'observation des propriétés apparentes de chaque système qui nous *suggèrera* la forme de ces nouvelles grandeurs, et nous fera trouver, après une série de tâtonnements, la définition opportune. Nous n'aurons d'autre objet, en les introduisant dans les équations, que de rétablir l'équivalence entre celles-ci et les relations expérimentales.

(1) Duhem, *Evolution de la mécanique*, p. 263.

Ainsi cette mécanique générale, comme toute théorie d'ailleurs, se perfectionnera par une série de retouches. Elle se différenciera pour s'adapter à la nature propre de chaque système, sans que l'on puisse *a priori* fixer de borne à cette différenciation. Ce n'est pas une doctrine fermée, mais une doctrine ouverte. Elle n'est pas figée en des principes immuables; mais elle est, comme la vie, toujours en voie de transformation. Seulement, la constitution qu'on lui a donnée se prête merveilleusement à ces transformations successives; et qu'elles n'aient rien de forcé, c'est la grande originalité de cette méthode. Comme elle ne part point d'une hypothèse invérifiable sur la nature des actions dernières qui s'exercent entre les éléments des corps, mais s'appuie sur deux faits d'expérience, la conservation de l'énergie et le rendement des machines à feu, dont elle tâche d'étendre les conséquences aussi loin que possible; comme elle ne postule point l'unité essentielle et la simplicité de tous les phénomènes physiques, ne cherche pas à tout représenter en termes d'étendue et de mouvement et n'imagine point le déplacement local là où l'expérience ne le découvre point, mais ne considère que des grandeurs expérimentales et définit l'état d'un corps par les propriétés que l'on observe; comme, en un mot, elle ne se donne pas la tâche de retrouver dans tous les faits physiques une même et seule loi, elle peut sans effort assouplir ses principes et donner à ses équations autant de formes particulières qu'il existe de classes différentes de systèmes physiques.

Nous voici loin de la conception Cartésienne des lois du mouvement! La mécanique moderne distingue, dans les systèmes, des genres et des espèces, sans vouloir se prononcer sur le point de savoir si les différences spécifiques sont ou non irréductibles. Les espèces se distinguent par la nature des variables qui définissent à chaque instant l'état du système et qui figurent dans les fonctions caractéristiques dont dépendent les lois de l'équilibre ou du mouvement. Elles se distinguent aussi par la forme de ces fonctions caractéristiques, énergie, entropie, potentiel thermodynamique interne. Les genres se caractérisent par l'existence ou l'absence de la viscosité, du frottement, de l'hystérésis. Les équations fondamentales de la statique et de la dynamique n'ont jamais une forme définitive; pour bien représenter les faits, il faut être prêt à introduire des termes nouveaux dont la nature change avec la nature des systèmes. Tous ces genres d'ailleurs, malgré les différences qui les séparent, entrent dans un genre commun.

Tous les systèmes, qu'ils soient ou non affectés d'hystérésis, de viscosité, de frottement, obéissent au principe de la conservation. Pour tous aussi « l'inégalité de Claudius est vérifiée; aucun de ces systèmes ne peut, après une suite de modifications, revenir à son état primitif sans avoir produit une modification non compensée essentiellement positive (terme P, relat. 2); ce sens constant, dans lequel s'orientent toutes les modifications de l'Univers, s'impose avec une même rigueur à tous les mouvements » (1).

La compétence nous manque pour juger cette théorie mécanique. Nous pouvons seulement témoigner de la beauté et de la grandeur de l'édifice construit. Mais, du moins, l'exposé des efforts tentés par les physiciens modernes pour adapter la méthode mécanique à l'étude des phénomènes, de plus en plus complexes et divers, que l'observation révèle, impose une conclusion que nos analyses précédentes avaient déjà fait ressortir et qui suffit à notre étude. Quelle que soit la philosophie physique que l'on adopte; que l'on croie ou non que l'analyse ultime de tous les phénomènes matériels permettrait de les ranger tous sous une loi unique, ou du moins sous un très petit nombre de lois simples, il faut reconnaître que dans l'état actuel de notre savoir et de nos méthodes nous ne pouvons aucunement réaliser cette entreprise. Il faut abandonner cet espoir que Descartes avait soufflé et qui longtemps enchantait l'esprit des physiciens. Chaque fois que l'on tente une pareille réduction, on introduit dans les calculs, sous une forme détournée, une foule d'hypothèses parasites qui en diminuent singulièrement la portée. Tout se passe donc, pour nous, comme si les phénomènes étaient divers, formaient des classes irréductibles, présentaient des différences spécifiques. Et de plus en plus la mécanique moderne se transforme et assouplit ses méthodes de façon à tenir compte de ces différences. Elle s'attache non plus à *expliquer*, mais à *classer*.

Les anciens physiciens croyaient que les lois des phénomènes pourraient se découvrir par deux méthodes opposées : l'induction qui part des faits et la déduction qui part des principes. On les rencontrerait au point de jonction de ces deux routes. Et la comparaison avec les principes confirmerait et rectifierait les lois inductives, toujours incertaines et approximatives. Mais de ces deux voies qui devaient conduire à la vérité, l'une, la voie déductive, se montre fermée. Les principes ne sont que des principes

(1) Duhem, *Evolution de la mécanique*, p. 326.

classificateurs; et, loin de confirmer les lois expérimentales, ils ne prennent que par l'intermédiaire de celles-ci contact avec la réalité et ne valent que ce qu'elles valent. Il ne reste donc que l'autre voie, celle qui d'abord semblait la moins sûre, la voie inductive. Cette constatation a jeté une sorte de désarroi dans nos convictions dogmatiques. Ce désarroi a produit le nominalisme. Il nous reste à étudier quel crédit mérite la science qui se fonde essentiellement sur l'expérience et l'induction.

DEUXIÈME PARTIE

CHAPITRE PREMIER

Des diverses formes de l'abstraction scientifique.

Descartes était « un génie essentiellement mathématique ». Il avait conçu l'idée d'une science universelle, dont toutes les vérités seraient rattachées à quelques vérités très simples, suggérées sans doute et illustrées tout à la fois par l'expérience, mais capables de s'imposer à l'esprit, en vertu de leur seule évidence, dès l'instant qu'il les concevrait. Selon lui, toutes les lois de la nature matérielle peuvent en droit se déduire du principe de la conservation du mouvement, comme les théorèmes de la géométrie se tirent des axiomes et des définitions. Aussi l'expérience n'a-t-elle à jouer dans les recherches de la physique qu'un rôle secondaire : elle pose les problèmes que la raison seule peut résoudre.

Le dogmatisme Cartésien résultait de la conception de la méthode : lorsqu'on croit tenir les deux bouts de la chaîne, connaître les principes par une intuition rationnelle, les faits par l'observation, et qu'on a l'espoir de retrouver tous les chaînons intermédiaires, on envisage l'œuvre de la science avec une confiance absolue.

Pendant longtemps les physiciens sont restés attachés à la conception Cartésienne de la science ; d'autant mieux qu'elle était conforme sur bien des points à celle de Newton, et que les idées si fécondes de ce grand génie firent autorité dans le groupe si nombreux de ses admirateurs et de ses disciples. En outre, le physicien doit se préparer à ses travaux par une solide éducation mathématique ; et la méthode de Descartes flatte nécessairement ses instincts de géomètre. Ajouterons-nous qu'elle semble remarquablement appropriée à notre génie national, et que la science

française, qui, avec Ampère, Poisson, Laplace et tant d'autres, brilla d'un si vif éclat, donna certainement le ton jusqu'au milieu du XIX^e siècle? Ces causes suffisent à expliquer l'influence prolongée de la méthode Cartésienne.

Mais, aujourd'hui, nous ne pouvons plus nous représenter la science sur le modèle d'une mathématique universelle. D'abord nous avons perdu la foi en la valeur et l'efficacité des principes, et en particulier des principes mécaniques. On les a passés au crible d'une critique sévère, et la confiance qu'ils inspiraient d'abord a été ébranlée. On a vu les systèmes mécaniques se succéder les uns aux autres, sans qu'aucun d'eux parvint à s'imposer. Et un examen attentif des expériences, sur lesquelles reposent les postulats propres à chacun d'eux, a montré qu'elles sont tout à fait insuffisantes pour les démontrer, et tout au plus capables de les illustrer. D'ailleurs les théories mécaniques les plus récentes, au lieu de postuler l'uniformité de tous les phénomènes élémentaires et de réduire tous les changements d'état à quelques lois primitives très simples, se gardent de nier la diversité originale des faits physiques, et, pour disposer d'une méthode assez souple et capable de s'adapter à la nature propre de chacun d'eux, se bornent à construire un cadre formel que l'expérience, dans chaque cas, devra remplir. Ainsi, d'une part, les principes mécaniques n'apparaissent plus comme assurés; et, d'autre part, ils ne prétendent plus exprimer toute l'essence des phénomènes matériels et contenir la raison parfaite de leurs lois.

Telle est la conclusion de la première partie de cet ouvrage.

La physique n'est pas et ne peut pas être une construction rationnelle, une mathématique des faits matériels. Il reste qu'elle s'élève laborieusement de l'observation des faits à la connaissance des lois, et de la connaissance des lois plus superficielles à celle des lois plus internes et plus profondes. Il faut qu'elle remonte péniblement vers les principes, puisqu'elle ne peut pas en descendre. Mais, dès qu'on a pris conscience de cette nécessité, on considère avec inquiétude les difficultés et les imperfections inhérentes à toute méthode empirique. Si les physiciens de l'école de Newton ne s'en sont pas beaucoup embarrassés, c'est que dans leur pensée les recherches expérimentales n'avaient d'autre rôle que de préparer la théorie. En retrouvant ses résultats par la voie déductive, on avait du même coup le moyen de les corriger. Aussi n'attachaient-ils pas toujours à l'observation détaillée et minutieuse l'importance qu'elle mérite. Ampère, par exemple, a un sen-

timent si vif de la simplicité et de la régularité mathématiques, qu'il devine par avance la forme probable des fonctions susceptibles de représenter les actions électrodynamiques, et tant de confiance dans ce sentiment de géomètre, qu'il édifie sa théorie et publie son traité avant d'avoir réalisé le dernier des quatre cas d'équilibre qui forment la base expérimentale de son système. Biot procède de même, quand il cherche à déterminer l'action d'un élément du fil où passe un courant sur une molécule magnétique. Et, comme Savary relève une erreur dans ses calculs, au lieu de corriger ses formules pour les mettre d'accord avec ses expériences, il reprend ses expériences pour les mettre d'accord avec ses formules ⁽¹⁾.

A mesure que l'échec des tentatives d'explication mécanique condamnait plus complètement la méthode de Descartes, on a mieux senti l'insuffisance de la technique expérimentale, réduite à ses propres ressources. Et la conscience de ses imperfections a provoqué un mouvement de réaction contre le dogmatisme scientifique et ouvert la voie à l'interprétation nominaliste. Nous avons eu déjà l'occasion d'expliquer pourquoi il en a été ainsi. Mais il convient de le rappeler.

Supposez que vous assigniez pour tâche à la science l'intelligence de la réalité. Si vous attribuez à ses principes et à ses lois une valeur objective, le poids de la preuve vous incombera. Vous devrez construire une logique de la démonstration et, selon les nominalistes, vous échouerez dans cette entreprise. Que la science, au contraire, modère ses prétentions et se propose seulement de représenter le réel au moyen de symboles simples et qui, en se substituant aux faits multiples et complexes, contribueront « à l'économie de la pensée ». Une logique de l'invention suffira à ses fins. Mais la logique de l'invention justifie ses règles par le succès. Si donc vous ne demandez à la science que de « réussir », l'expérience prouve que vous pouvez avoir confiance dans son œuvre. Telle est l'idée maîtresse qui domine la thèse nominaliste. On sait comment elle se développe.

Les principes fondamentaux sur lesquels s'appuie toute la connaissance scientifique ne peuvent se démontrer, dit le nominalisme, ni *à priori*, ni *à posteriori* ⁽²⁾. S'agit-il par exemple de la loi

(¹) Voy. sur ce point Ampère, *Théorie mat. des ph. électrodynamiques*, note de la page 84.

(²) Voy. Milhaud, *Le rationnel*, p. 57 et suiv.

de l'inertie? La démonstration rationnelle d'Euler enveloppe une apparente pétition de principe. Et il ne faut pas songer à l'établir par l'observation; car à quels signes reconnaitrons-nous qu'aucune force n'agit sur un mobile, sinon à cette circonstance que sa vitesse demeure constante en grandeur et en direction? Il en est de même des principes de la proportionnalité des forces aux accélérations, de celui des mouvements relatifs ou du postulat de la rotation uniforme de la terre qui nous fournit une mesure du temps.

Les lois elles-mêmes, pour M. Duhem, ne sont que des relations symboliques ⁽¹⁾. En effet, aucune d'elles ne peut se vérifier directement. Mais la réalisation et l'interprétation d'une expérience — si simple soit-elle — exigent toujours l'application de tout un ensemble de lois et de principes déjà acceptés. Si bien que, si l'on attribuait à chaque loi et à chaque principe une valeur objective, on ne saurait exposer la physique sans cercle vicieux. Mais le physicien pose librement ses définitions : l'obligation de rester d'accord avec lui-même est la seule règle qui limite son droit. Puis d'un ensemble indivisible de définitions et de relations librement posées, il tire des conséquences qui pourront seules être comparées aux observations et devront, entre certaines limites d'approximation, leur être conformes. La science prévoit : mais ce succès prouve seulement que les lois symboliques ont été bien choisies et remplissent bien leur fonction qui est de représenter l'expérience, quoique l'on ne puisse attribuer à aucune d'elles, prise à part, un sens expérimental.

Enfin tous les nominalistes ont beaucoup insisté sur la distinction du fait scientifique et du fait brut ⁽²⁾. La planète qui décrit une ellipse autour du soleil, selon les lois de Képler, n'est pas une donnée immédiate de la perception. C'est un point construit par l'astronome, en combinant, selon des règles compliquées, des observations multiples et en faisant subir à chacune d'elles de délicates corrections. Si tous les astronomes parviennent dans leurs calculs au même résultat, c'est qu'ils suivent tous par tradition la même méthode. D'une façon générale le fait scientifique peut être défini comme un schème plus simple, plus clair, mieux déterminé et plus stable que nous faisons correspondre aux faits confus, mobiles et enchevêtrés les uns dans les autres.

⁽¹⁾ Duhem, *La théorie physique. Son objet et sa structure*, 2^e part., chap. V.

⁽²⁾ Duhem, *Quelques réflexions au sujet de la phys. expérimentale*; Milhaud, *Le rationnel*; Le Roy, *Science et philosophie*.

Mais, en raison de la différence qui sépare du modèle son image simplifiée, la substitution du schème au fait concret ne se fait pas de façon univoque : tout un ensemble de symboles différents pourraient remplir le même rôle, et représenter aussi bien les uns que les autres la réalité.

La science, en un mot, invente des signes et les combine selon des règles conventionnelles et sans autre préoccupation que de construire un système abstrait qui, dans son ensemble, représente à peu près la forme des objets sensibles ; et elle le retouche sans cesse, en complique les organes, à mesure que s'accroissent nos connaissances empiriques, pour rendre de nouveaux aspects de la réalité. Ce système est d'autant moins imparfait qu'il traduit, dans sa langue abstraite, un plus grand nombre de détails, sans qu'il puisse jamais, fût-ce par une multiplication indéfinie de ses pièces, devenir adéquat à son objet ; car un signe ne s'identifiera jamais avec une chose ⁽¹⁾.

La science est la lutte de l'entendement discursif contre la réalité infinie, qui ne se laisse pas enfermer dans ses concepts. Mais, à mesure que s'accomplit cette substitution des signes bien définis aux objets de la perception, la science crée une langue parfaite qui se prête au raisonnement rigoureux, parce qu'elle n'admet plus d'ambiguïté. L'esprit des mathématiques pénètre de plus en plus la physique ; mais, en s'éloignant de l'intuition, celle-ci perd en objectivité ce qu'elle gagne en rigueur.

Le nominalisme a le grand avantage de « nous réveiller de notre sommeil dogmatique » et de nous obliger à une analyse et une discussion plus complètes des opérations logiques par lesquelles se constitue la science. D'ailleurs, il a signalé les difficultés très réelles que rencontre le physicien lorsqu'il cherche à s'orienter dans le dédale des faits sans autre guide que les règles de la méthode expérimentale et qu'il cherche à dégager de l'observation les principes eux-mêmes qu'il ne croit plus posséder *a priori*. Mais il a eu le tort, à nos yeux, d'ériger souvent en difficultés *doctrinales* — concernant la nature de l'être et de la pensée —

(1) Ajoutons que cette théorie de l'abstraction scientifique s'encadre admirablement dans une doctrine métaphysique moderne qui considère déjà nos perceptions, parce qu'elles sont multiples et extérieures les unes aux autres, comme de simples signes spatiaux de la réalité véritable. Les concepts scientifiques pourraient alors être définis comme des symboles de symboles. Nous ne nous occupons pas, dans ce travail, de ce prolongement métaphysique de l'interprétation nominaliste de la science.

des difficultés *techniques* dont la valeur et la portée varient singulièrement d'un problème à un autre.

Sa critique apporte de très utiles renseignements sur la méthodologie des sciences et, en recueillant les vérités qu'elle dégage, on se met en garde contre les illusions d'un dogmatisme naïf. On comprend très clairement que le fait scientifique n'est pas une donnée immédiate et simple, mais le résultat d'une construction savante; que les lois ne sont qu'approchées et n'expriment point toute la réalité; que les théories, toujours incertaines et revisables, exigent de continuels remaniements pour coordonner l'ensemble sans cesse accru des connaissances expérimentales. Mais les nominalistes ne se bornent pas à relever ces imperfections et ces lacunes. Ils en tirent des conclusions absolues contre l'objectivité de la science; ils réduisent son rôle à celui d'une « langue bien faite », et soutiennent que sa valeur résulte seulement de sa commodité et nullement de sa vérité. — Sur ce point capital nous nous séparons complètement du nominalisme. Il ne nous semble pas, en effet, que l'examen direct des méthodes expérimentales conduise à cette interprétation de la science; à moins que l'on n'adopte par avance la doctrine générale de Berkeley et de Condillac sur la nature du concept et que l'on ne soit prêt à soutenir, avec ces philosophes, que l'élément essentiel de la notion c'est le signe, que toute abstraction consiste dans la substitution d'un signe à une chose.

Or, cette thèse fondamentale, nous ne pouvons pas l'accepter et nous ne parvenons même pas à la comprendre. Il est une question essentielle que le nominalisme n'a jamais, à notre avis, clairement posée. Pourquoi les signes peuvent-ils remplir leur fonction de signes et représenter le donné? Pour le nominalisme radical, c'est le signe qui donne naissance à l'idée (¹), bien loin que l'idée rende possible, du fait de son existence, la création d'un signe. L'extension de l'idée, c'est le groupe des objets auxquels nous attribuons le même signe. Sa compréhension, c'est l'ensemble des règles auxquelles l'esprit soumet celui-ci. Mais, comme il est absolument impossible de penser que cette attribution des signes aux choses se fasse au hasard et soit complètement artificielle, sous peine de ne plus comprendre la fonction utile du langage, les services qu'il rend à la connaissance ou même à la pratique, si l'on cherche à concevoir le rapport que le signe soutient avec l'objet, on

(¹) « Les idées abstraites et générales ne sont que des dénominations », Condillac, *Logique*, 2^e partie, chap. V.

est bien obligé d'accorder qu'il l'exprime en quelque manière, et qu'il est justement *commode* dans la mesure où il est *vrai*. La commodité et la vérité ne peuvent passer pour des catégories indépendantes l'une de l'autre. La première est subordonnée à la seconde. Aussi en cherchant à expliquer la fonction que le nominalisme attribue aux signes, on risque fort de le dépasser.

La science, dit-on, crée des symboles. Mais, si l'on veut préciser le sens de ce terme, on retrouvera la définition de Kant : un objet peut être le symbole d'un autre, quand les parties du premier sont entre elles comme celles du second ⁽¹⁾. Pour que l'esprit puisse représenter une chose au moyen d'une autre chose, il faut donc qu'il saisisse d'abord, dans chacune d'elles, une même forme. La création d'un symbole témoigne d'un acte primitif d'abstraction. En outre, un symbole scientifique n'est utile qu'à la condition de convenir à une multiplicité d'objets. Si donc l'esprit ne découvrirait pas dans les faits des relations générales, il n'aurait aucun intérêt à créer des symboles pour les représenter. Le seul fait de l'existence du langage populaire ou scientifique nous avertit donc que l'esprit sait apercevoir dans les choses, malgré leurs différences individuelles, des rapports semblables. Une relation, en effet, peut rester invariable dans sa forme malgré les caractères particuliers des termes qu'elle unit. Par exemple, une multitude indéfinie de nombre différents mis à la place de x et de y pourront vérifier l'égalité

$$\frac{x}{y} = a$$

La valeur du rapport restera la même, bien que les termes du rapport changent de valeur.

Nous touchons ici au nœud du débat. Le nominalisme n'acceptera pas la définition que nous venons de donner d'une relation générale. Ecartant tous les exemples tirés des mathématiques, parce qu'ils ne concernent que des êtres de raison, il nous mettra au défi de trouver dans la nature non seulement deux choses identiques, mais identiques dans quelques-unes de leurs parties. Pour embrasser plusieurs objets sous un même genre, il nous faut construire un schème, concret ou abstrait, et qui ressemble à tous, comme ils se ressemblent les uns aux autres. Qu'on ne demande pas d'ailleurs au nominalisme de définir cette ressemblance. Il la considère comme un fait dont nous avons le sentiment irréductible

(1) Kant, *Critique du jugement*, trad. Barni, I, p. 335.

et qui ne se prête pas à l'analyse. C'est dans cette fin de non-recevoir que se trouve le centre de son argumentation.

Si d'ailleurs l'on ne s'en tient pas à cette thèse, toute négative, si l'on ne se refuse point à analyser les conditions de la ressemblance, il sera bien difficile d'échapper à cette définition : « La ressemblance est une identité partielle » (1). Alors les arguments du nominalisme se retournent contre lui ; comme les formes concrètes de deux objets ne coïncident jamais entre elles, ni dans leur ensemble ni dans aucune de leurs parties, il faut bien reconnaître que cet élément commun, qui les fait ranger sous un même genre, consiste en un rapport général, ou un groupe de rapports généraux, conçus par l'esprit et retrouvés en chacun d'eux. On ne ferait d'ailleurs que reculer la difficulté, sans la résoudre, si l'on cherchait, selon la tendance de quelques philosophes modernes, le fondement de la ressemblance dans des circonstances extérieures aux objets que l'on classe et qui se rencontrent dans le sujet lui-même. Nous groupons ensemble, dirait-on, en s'inspirant de la méthode des pragmatistes, les objets qui éveillent en nous le même instinct, provoquent de notre part le même mouvement. Nous réunissons sous un même genre toutes les choses en face desquelles nous prenons une même attitude. Et c'est l'identité de notre attitude qui, dans nos classifications subjectives, donne à des objets, lesquels pris en soi ont chacun leur nature originale, un centre commun. Outre que cette explication ne convient qu'aux notions pratiques et qu'il paraît bien difficile de l'étendre aux concepts spéculatifs, on ne comprendra pas que des objets différents provoquent chez le sujet une même réaction, s'il n'y a pas en eux une communauté partielle de nature. La question se reposera dans les mêmes termes. Et le nominalisme se montrera toujours aussi incapable d'y répondre.

Les lois de la physique ne sont, aux yeux du nominalisme, que des relations symboliques. Les lois du pendule, par exemple, ne s'appliquent qu'à un corps théorique, réduit à un point doué de masse, soumis à la seule force de la pesanteur et à une liaison. Dans les pendules les plus parfaits que nous puissions construire, le fil n'est jamais absolument inextensible, jamais il n'est attaché sans frottement ; enfin l'on ne peut jamais disposer d'un véritable point matériel. Les lois du pendule ne conviennent donc exactement à aucun pendule réel. Le pendule théorique n'est qu'un schème construit par l'esprit pour représenter les mouvements

(1) Pillon, *Introd. aux œuvres de Hume, traduites en français.*

de certains systèmes matériels et que nous leur substituons dans tous nos raisonnements en raison de sa grande simplicité. Mais pourquoi, répondrons-nous, s'applique-t-il à tout un ensemble de faits? La généralité d'un symbole n'apparaît jamais dans l'interprétation nominaliste que comme un heureux accident. Ecartons l'hypothèse d'un accident. Si les mouvements des pendules réels se rapprochent tous d'un certain type simple, conçu par l'esprit, c'est sans doute que leur forme dépend essentiellement d'une circonstance mécanique commune à tous (la nature de la liaison et l'accélération de la pesanteur), qu'on a pu isoler par abstraction et retenir seule dans la définition du type. Dira-t-on que cette abstraction est artificielle? Mais qu'on explique alors comment il se fait qu'elle réussit. Que l'on appelle si l'on veut le pendule théorique un schème. Mais, justement, le fait que ce schème suffit à représenter approximativement le mouvement d'une multitude de systèmes réels nous démontre clairement que, dans chacun de ceux-ci, la forme du mouvement résulte de la même manière des causes principales qui le déterminent. Sans doute il n'est pas deux pendules matériels absolument identiques; et la relation théorique se trouve troublée dans chaque cas par l'influence des conditions mécaniques propres à chaque système. Mais, comment comprendre qu'elle soit *à peine* troublée, si l'on n'admet pas que la forme du mouvement dépend de deux groupes de circonstances distinctes : les circonstances communes à tous les pendules, dont l'influence prédomine quand on se rapproche du pendule théorique, et les circonstances particulières qui deviennent alors négligeables? Mais alors le concept du pendule idéal n'est pas purement symbolique, puisqu'il nous sert à démêler l'accessoire et le principal et à discerner la part d'influence de chaque cause. Nous accordons sans difficulté que l'abstraction comporte toujours certaines chances d'erreur et que nos méthodes d'induction ne peuvent prétendre à l'entière rigueur logique. Dans un prochain chapitre nous insisterons longuement sur leur insuffisance. Mais ce n'est point par un artifice de l'esprit, par une violence exercée sur les faits, qu'on ramène ceux-ci à des lois. Ces lois ne peuvent passer pour de simples symboles. Comment, en effet, pourrions-nous représenter par le même schème une classe entière de faits, si tous n'enveloppaient pas réellement une même relation générale, dont nos méthodes empiriques nous aident à saisir plus ou moins parfaitement la nature?

Observons enfin que la généralité d'une relation trouve son fondement et sa raison dans son caractère de nécessité. A l'except-

tion de certains arrangements que produit peut-être parfois le caprice du hasard, si elle se répète, c'est que les termes qu'elle unit dépendent l'un de l'autre. Sans doute, on ne peut admettre la réciproque. Aucune raison logique n'empêche de concevoir une nature soumise à un déterminisme rigoureux, où cependant le même fait ne se reproduirait jamais, et qui jamais n'offrirait deux fois l'exemple d'une même loi. Il faut, comme l'a montré M. Lachelier dans le *Fondement de l'Induction*, s'appuyer sur un autre principe que la causalité pour établir l'existence des genres et des espèces. Mais, au contraire, la généralité des relations que nous observons en fait dans la nature mérite d'être réputée comme le signe empirique d'une nécessité.

Or, les lois nécessaires « dérivent de la nature des choses » ou, beaucoup plus exactement, sont impliquées dans leur essence et, en langage idéaliste, forment les éléments de leur structure logique. Telle paraît être la pensée de Newton et il l'a formulée en des termes remarquables dans les conclusions de l'Optique. « Je considère les principes non comme des qualités occultes qui résulteraient de la forme spécifique des choses, mais comme des lois générales de la nature *par lesquelles les choses elles-mêmes sont formées* ». Les rapports contingents, au contraire, ne font pas partie de l'essence, mais ils dépendent des circonstances particulières et variables au milieu desquelles chaque chose peut se développer.

Le nominalisme nous accusera peut-être de loger les lois dans les faits, « comme des pierres précieuses dans une boîte » ⁽¹⁾. Mais cette métaphore traduit bien mal notre pensée. Nous ne voulons point dire que la loi, objet d'une *idée*, soit contenue dans les faits *sensibles*, objets de *perception*, en sorte qu'il suffirait d'ouvrir les yeux pour la découvrir; que la pensée claire est un élément de la pensée confuse; et nous ne sommes point disposé à soutenir, contre toute évidence, que le raisonnement inductif ait un caractère analytique. Mais nous croyons qu'en choisissant avec méthode les faits sensibles les moins obscurs et les plus significatifs, en les rapprochant et en les discutant, nous pouvons, par une interprétation dont l'étude constitue toute la théorie de l'induction, nous élever à la connaissance de rapports plus internes et plus profonds que ceux que nous percevons spontanément. On ne peut donc nous accuser d'enfermer la loi dans les données de la perception sensible comme un élément dans un tout, puisque nous

(1) Leroy, *Science et philosophie* (Revue de mét. et de mor., sept. 1899), p. 515.

pensons, au contraire, qu'elle les dépasse et qu'elle exprime plus complètement la vraie nature des choses.

Nous venons d'indiquer quelle est la fonction de la science. Un éminent physicien a posé la question dans les termes suivants : la science, dit-il, se propose d'expliquer les faits ou bien de les représenter. Pour nous, il n'est pas possible qu'elle se borne à créer des symboles. Nous ne comprenons pas en effet comment, à moins d'un heureux accident, qui sans doute ne se répéterait pas, toute une classe de phénomènes se laisserait utilement représenter par un même signe s'ils n'obéissaient tous à une même loi. La commodité d'un symbole résulte de la vérité au moins partielle de ce symbole. Est-ce à dire que la physique puisse nous expliquer un seul phénomène ? Nous ne le pensons pas, si du moins on entend par là le rendre entièrement intelligible. En effet, nous n'obtenons jamais des lois naturelles, on le verra plus loin, qu'une connaissance imparfaite. Et les relations expérimentales qui, en tant que nécessaires, dépendent de l'essence et peuvent s'en déduire, ne l'expriment jamais tout entière, et celle-ci ne peut se déduire de celles-là. On ne peut plus aujourd'hui partager les illusions du dogmatisme Cartésien. Mais il ne faudrait pas, par réaction contre lui, tomber dans la thèse extrême du nominalisme.

Ces quelques explications, trop générales peut-être, nous ont paru nécessaires pour bien marquer, dès le début, notre point de vue. Pour le justifier plus complètement, il nous faut entrer dans le détail et analyser pas à pas les principaux actes d'abstraction par lesquels se constituent les concepts scientifiques. Nous nous appliquerons à montrer que, bien compris, ils ne paraissent pas artificiels ; qu'ils n'ont pas seulement pour objet de créer une langue commode et maniable, ou de réaliser une économie de pensée, mais qu'ils tendent à dégager certains rapports internes que les faits soutiennent entre eux et que cette fonction du concept explique sa fonction économique, laquelle n'est que dérivée. Chemin faisant, nous rencontrerons les principales thèses du nominalisme moderne et nous aurons l'occasion de les discuter.

*
* * *

Premier degré de l'abstraction. — Le monde physique se présente à nous, dans la perception, sous la forme d'un continu spatial et temporel. Or, nous sommes obligés, par les besoins de l'analyse, de découper et d'isoler des objets dans l'étendue, de distinguer et de fixer des états dans le devenir. C'est, aux yeux du

nominalisme, un premier artifice qui condamne la science au symbolisme. Nous devons d'abord discuter cette opinion.

Remarquons d'abord, qu'en dépit d'un préjugé dont l'origine remonte à Kant, un tout continu peut se prêter fort bien à la représentation conceptuelle. Le géomètre et l'algébriste savent définir une courbe ou une surface, qui sont des grandeurs continues. Il leur suffit de discerner une relation caractéristique, commune à tous les points de la figure et qu'ils retiendront seule dans sa définition. De même, le physicien sait trouver une fonction qui, en chaque point et à chaque instant, en des points et à des instants aussi rapprochés qu'on le voudra, représente l'état d'un système.

On ne saurait donc prétendre que la science, obligée de décomposer la réalité en éléments discrets, est toujours ramenée par la force des choses à l'atomisme et, jugeât-elle cette conception artificielle, se voit contrainte de l'adopter ⁽¹⁾. Bien au contraire, l'atomiste sera conduit, par les nécessités du calcul, à traiter un système d'éléments discrets comme un tout continu. Et l'on a fort bien décrit les difficultés que rencontre alors sa méthode. « Ce sont des sommes d'un nombre immense de termes, se succédant d'une manière irrégulière que (ses hypothèses) fourniront au mathématicien; celui-ci, pour retrouver les grandeurs qui nous sont accessibles et qui ne sont que des valeurs moyennes, devra transformer ces sommes en intégrales; au cours des transformations, il faudra tenir un compte minutieux de l'ordre de grandeur des éléments, à la fois très petits et très nombreux, que l'on aura sans cesse à considérer; il faudra déterminer le degré d'approximation avec lequel chaque somme est représentée par l'intégrale qu'on lui a substituée » ⁽²⁾.

Il ne suffirait donc pas de montrer que la réalité est continue pour prouver *ipso facto* qu'elle ne peut sans violence entrer dans le cadre de nos concepts. Un concept, par cela même qu'il est abstrait, s'étend à une infinité de faits possibles. Or, qu'entend-on lorsqu'on déclare que l'objet de nos perceptions est continu, sinon qu'à côté des points et des contours où notre attention actuellement se fixe, il y a une infinité d'autres limites auxquelles, par un changement d'attitude, elle pourrait aussi s'attacher? Un idéaliste doit entendre par la continuité du réel qu'il est en

⁽¹⁾ A cet égard, la thèse de M. Hannequin nous paraît comporter de nombreuses restrictions.

⁽²⁾ Duhem, *L'évolution de la mécanique*, p. 96.

quelque sorte la synthèse de l'actuel et du possible; qu'il est tout pénétré de possible. Or, tous ces termes possibles qui, avec les termes actuels, achèvent de définir le réel, le concept peut les embrasser, à condition (mais cette condition n'est-elle pas contenue dans l'idée même de la continuité) que chacun d'eux ne constitue pas un fait original et irréductible, mais qu'ils se relient les uns aux autres et soient tous commandés par une même loi.

Nous avons à nous demander maintenant si un tout continu se laisse soumettre sans artifice à l'analyse expérimentale. Dans un milieu plein chaque point est solidaire de tous les autres. Aussi, quoique nous puissions isoler par la pensée une portion de la matière, si nous prétendions connaître dans son infini détail la modification qu'elle subit et en retrouver la cause, il faudrait la rattacher certainement à l'état de l'univers tout entier. Heureusement toutes les recherches de la physique tendent à prouver qu'une perturbation qui se propage de proche en proche s'amortit, quelle qu'en soit la nature, et devient négligeable quand elle s'éloigne suffisamment de son point de départ. Dût-on d'ailleurs admettre la réalité des actions à distance (malgré l'étrangeté de cette hypothèse), que celles-ci s'affaibliraient plus ou moins vite avec la distance et, au delà de certaines limites, se feraient à peine sentir. « Personne ne pensera, dit Cournot, qu'en frappant la terre du pied, il ébranle les satellites de Jupiter ». Ces remarques nous expliquent qu'il y ait des systèmes relativement isolés et que le physicien qui s'attache à leur observation et ferme les yeux sur le reste de l'univers puisse rapporter à des circonstances bien définies la partie la plus importante des changements dont ils sont le siège.

Certains philosophes, il est vrai, ne nous accorderont pas qu'il soit légitime de faire ainsi deux parts dans la perturbation que subit un point de la matière et de rattacher chacune d'elles à des circonstances distinctes; d'analyser, en un mot, le changement pour le recomposer ensuite. Pour eux dire que le monde est continu c'est dire que toutes les parties se pénètrent, si bien que son état présent dépend en bloc de son état passé; ou du moins c'est ainsi qu'il faudrait s'exprimer si les étapes successives de son évolution se laissaient elles-mêmes distinguer les unes des autres. Mais ces philosophes, dont nous ne voulons pas discuter ici les thèses métaphysiques, auront bien de la peine à expliquer que les lois abstraites de la physique puissent représenter, même approximativement, la marche des phénomènes. A-t-on le droit de con-

damner, au nom de principes métaphysiques, les méthodes d'abstraction scientifique; et n'est-ce pas plutôt le succès de ces méthodes qui condamne ces principes? En somme, la continuité de la matière ne nous interdit pas d'adopter ce postulat essentiel, sans lequel l'analyse expérimentale n'aurait pas d'objet et qui s'obtient par une généralisation du principe de la composition des forces : les actions exercées sur chaque point de la matière par tous les autres se combinent selon des règles bien définies.

Quoique nous n'acceptons pas les conclusions doctrinales du nominalisme, nous devons maintenant reconnaître avec lui que la continuité spatiale et temporelle crée à la recherche expérimentale de graves difficultés. Indiquons les principales.

Pour démontrer un rapport de causalité, l'expérience décisive consisterait à obtenir, comme on l'a dit, une « *coïncidence solitaire* » entre un conséquent et un antécédent que l'on aurait isolés de tous les autres. Mais la continuité des phénomènes empêche que cette méthode idéale puisse jamais être appliquée. Il y a plus. Les phénomènes que nous distinguons font toujours partie d'un ensemble qui souvent nous échappe; les systèmes de corps que nous observons (circuits électriques ou aimants par exemple) plongent dans un milieu dont la nature nous reste inconnue et qui néanmoins joue un rôle actif dans les résultats de nos expériences. Si ces résultats sont à peu près constants, c'est que le milieu reste à peu près le même. Mais il arrive souvent que nous ne discernons pas son influence, parce que justement elle s'exerce toujours de la même manière; nous omettons de le faire figurer dans l'expression de la loi qui définit les actions réciproques des corps. Et il en résulte des erreurs d'induction.

Pour n'en donner qu'un exemple, les physiciens ont ignoré longtemps le rôle du diélectrique; ils croyaient du moins qu'il n'offrait qu'une résistance passive au passage de l'électricité. Et ils ne tenaient aucun compte de sa nature propre dans la définition de la capacité d'une pile. Il a fallu corriger et compléter cette notion.

La continuité crée au physicien un autre embarras. Lorsqu'il étudie la marche d'un phénomène, il ne peut que noter une suite d'états discontinus, plus ou moins rapprochés les uns des autres. Pour obtenir la courbe figurative de ce phénomène, il faut faire une interpolation. Or, c'est toujours une opération arbitraire; car elle consiste à choisir une solution entre mille dans un problème indéterminé. Nous aurons l'occasion, dans un prochain chapitre,

d'examiner de très près ces difficultés et nous nous proposerons alors d'en déterminer l'exacte portée.

* * *

Deuxième degré. — La physique s'attache à l'étude du monde matériel. Or, l'objet matériel n'est pas une donnée brute de l'expérience; il est conçu par un nouvel acte d'abstraction que nous essayerons d'analyser.

A vrai dire, si l'on s'abstient de toute hypothèse métaphysique, l'objet n'est que le centre d'un ensemble de perceptions possibles, la notion dans laquelle l'esprit résume l'ordre de leur dépendance. Mais, quand on essaye de définir cet ordre, il arrive que les perceptions d'une certaine espèce paraissent pouvoir s'exprimer en fonction des perceptions d'une autre espèce; les secondes sont comme des variables indépendantes, les premières comme des variables dépendantes. En particulier, les perceptions tactiles laissent prévoir la forme de l'image visuelle, quand on connaît les règles de la perspective et la position de l'œil. Ce fait très important explique l'idée que le sens commun et la science elle-même se sont formés du monde matériel. La forme d'un objet et sa position — définies d'abord par des perceptions tactiles et des sensations musculaires, plus tard par des déterminations plus abstraites, des mesures plus précises qui, dans les conditions les plus simples, se ramènent à la perception d'une coïncidence — ont une importance privilégiée, puisque un grand nombre d'autres faits de perception en dépendent régulièrement.

On aboutit, en un mot, à la distinction fameuse des qualités premières et des qualités secondes. Celle-ci consacre avec raison la suprématie du toucher et elle devient irréprochable quand on la dégage de l'illusion réaliste. A vrai dire, l'expression « qualités premières » ne peut avoir qu'un sens relatif. Il faut concevoir celles-ci comme les qualités en fonction desquelles se déterminent les qualités secondes. Mais, sans nous attarder à exposer ces idées, aujourd'hui familières, nous en tirerons quelques applications qui préciseront l'objet de la recherche scientifique.

Que faut-il entendre par cette expression : « que le son est un mouvement de la matière sonore ? » Le son est-il réductible à un mouvement ? « Un mouvement » signifie « la perception d'un mouvement ». Or, il est impossible d'identifier la perception d'un son à celle d'un mouvement, puisque ce sont pour la conscience deux

données absolument distinctes. Mais l'expérience prouve que les sensations auditives se lient aux mouvements de l'air selon certaines règles (celles qui rattachent l'intensité de la sensation à l'amplitude des vibrations, sa qualité à leur vitesse). Si bien que les lois mécaniques du son, jointes à ces règles, définissent complètement le caractère de nos perceptions sonores.

Nous observions plus haut que la connaissance des perceptions tactiles permet de prévoir, par une application des lois de la perspective, le dessin de nos images visuelles. On peut dire alors que l'espace tactile représente la forme de l'espace visuel, en donnant au mot forme son sens Kantien et en désignant par ce terme les conditions les plus générales et les plus simples. De même la mécanique du son constitue la partie formelle de la science du son; et celle-ci s'achève par l'énoncé des lois psychophysiologiques. L'idée de loi, quand on en poursuit jusqu'au bout l'usage, dispense d'employer le terme inexact de réduction et d'attribuer certaines qualités aux choses, tandis que l'on considère les autres comme des modifications subjectives de la conscience. Elle permet d'affirmer l'originalité de chaque groupe de perceptions sans renoncer à concevoir l'ordre universel qui les enveloppe toutes sous un réseau de mutuelles relations.

La méthode qui réussit en acoustique doit être essayée dans les autres problèmes de la physique. L'analogie du son et de la lumière a suggéré de bonne heure aux physiciens l'idée de la tenter dans la théorie des phénomènes lumineux. Mais ici une difficulté particulière se présente. Les mouvements auxquels on s'efforce de rattacher les perceptions lumineuses ne peuvent être eux-mêmes l'objet d'aucune perception. On en construit hypothétiquement la formule. Et l'on ne peut la comparer à l'expérience que dans ses conséquences éloignées et dans quelques-unes seulement de ses conséquences. Aussi sera-t-on peut-être tenté de n'attribuer qu'un caractère symbolique aux lois de l'optique physique. Néanmoins, s'il était établi que l'expérience vérifiât toujours les applications de ses formules, nous n'hésiterions pas à affirmer leur objectivité, sans commettre d'ailleurs la faute de réaliser les mouvements vibratoires ni le milieu élastique qu'elles définissent. Car les lois mécaniques de la lumière ne marquent que les conditions formelles de nos perceptions; et le réel c'est l'ensemble complet de toutes les conditions, l'abstrait un groupe partiel de conditions. Une relation abstraite peut donc être vraie, quoiqu'elle soit imparfaite et ne suffise pas à exprimer le donné. Elle est vraie si elle représente un élément nécessaire de son explication.

Avouons d'ailleurs que notre hypothèse ne se réalisera jamais. Car jamais on ne pourra savoir que toutes les conséquences d'une formule sont conformes à l'expérience. Mais c'est une difficulté générale qui concerne toute théorie scientifique et sur laquelle nous insisterons longuement dans un prochain chapitre. Il n'en est pas moins vrai que l'on doit accorder une valeur objective à la *méthode* de la théorie physique de la lumière. Jamais on ne pourra déterminer les lois des perceptions lumineuses, si l'on ne considère que les perceptions lumineuses elles-mêmes. Comme l'acoustique l'a fait pour les sons, il faut les coordonner à des phénomènes mécaniques. Ceux-ci, pour des êtres constitués comme nous, ne sont en eux-mêmes l'objet d'aucune perception. Il nous reste la ressource de les concevoir *in abstracto*. La théorie que nous édifierons alors sera plus hypothétique et plus fragile. Mais, la méthode qui s'applique à rattacher à des mouvements les phénomènes de la lumière paraît encore conforme à la nature des choses.

La physique n'est pas plus réaliste qu'elle n'est atomiste. Elle emploie seulement le langage du réalisme pour des raisons de commodité. Son concept de la matière n'est pas la définition d'une substance; mais il résume une méthode dont les principaux postulats peuvent se formuler ainsi : 1° L'ordre de nos perceptions ne peut se découvrir qu'à la condition de définir à chaque instant le réel, non seulement au moyen des perceptions actuelles, mais aussi des perceptions possibles. L'objet est le nœud d'un ensemble de perceptions possibles; 2° On obtient les lois les plus simples en considérant les éléments les plus universels de nos perceptions et en cherchant comment ils varient en fonction les uns des autres; 3° On peut considérer la forme, la position et le mouvement comme des qualités premières; la lumière, le son, etc., comme des qualités secondes, en entendant par qualités premières, les paramètres donnés ou hypothétiques, en fonction desquels se définissent à chaque instant les qualités secondes. La physique, en s'attachant à l'étude des conditions les plus universelles de la perception, restreint le domaine de ses recherches. Elle ne peut définir qu'un ordre abstrait, mais pour demeurer une science imparfaite, elle n'en est pas moins une science du réel.

*
* * *

Troisième degré. — Le physicien fait agir des corps les uns sur les autres, note les effets de ces actions réciproques, en formule les lois. Il faut que ses observations puissent se répéter et que ses

lois se vérifient toujours, mais à la condition, bien entendu, que l'on opère dans les mêmes circonstances que lui, c'est-à-dire que l'on fasse agir, de la même façon, les uns sur les autres les mêmes corps. Pour exposer ses expériences, pour énoncer les lois physiques, il est donc obligé de définir chaque espèce de corps, afin que nous puissions reconnaître ceux qui ont même nature, ou dont les différences individuelles n'influent pas sur les résultats des expériences. Ces définitions des *dernières espèces* forment le troisième degré de l'abstraction.

Quelques auteurs ont judicieusement remarqué qu'elles sont nécessairement imparfaites. Elles n'expriment jamais complètement la nature de l'objet, elles énoncent seulement quelques-unes de ses propriétés, sans qu'on puisse affirmer qu'elles suffisent à le distinguer de tous les autres. Sans doute le chimiste qui définit le phosphore choisit les propriétés qui lui semblent les plus caractéristiques. Mais il obéit à un sentiment empirique de l'importance des caractères, plutôt qu'à une méthode logique. Nulle « règle impérative ne lui impose une définition » (1). Certains auteurs en concluent que, pour être rigoureuses, ces définitions doivent être présentées comme nominales ; on lèvera toute difficulté si l'on se borne à déterminer le sens que l'on convient de donner au mot phosphore, tandis qu'on serait incapable d'en justifier la notion, si l'on prétendait définir une espèce naturelle. Il est vrai que la thèse, poussée jusqu'à ses dernières conséquences, tourne au paradoxe. Nées de l'observation, les définitions de la chimie nous apprennent du moins qu'il existe dans la nature des corps jouissant de toutes les propriétés qu'elles énoncent, et nous enseignent même à les former. On ne saurait donc les confondre avec les simples définitions de mots. Mais c'est un débat secondaire, auquel nous ne nous attarderons pas. Quelques restrictions que nous semblent comporter les formules dont ils se servent, accordons aux nominalistes que nos définitions des espèces naturelles restent toujours imparfaites, qu'aucun critère rigoureux ne nous indique si nous les avons complètement caractérisées.

On pourrait ajouter qu'une même espèce comprend souvent des variétés si multiples que nous ne pouvons espérer les dénombrer toutes. Les propriétés du phosphore rouge dépendent de la température à laquelle il a été préparé. « Les variétés qui cessent d'être modifiées par une nouvelle chauffe d'un grand nombre

(1) Milhaud, *Le rationnel*, p. 46.

d'heures, à la même température, passent les unes aux autres par nuances insensibles quand on les porte à une température plus élevée, maintenue longtemps constante » ⁽¹⁾. Certains corps, comme le verre, subissent des déformations permanentes et ne reviennent pas identiquement à leur état primitif, quand les circonstances extérieures redeviennent les mêmes. Des expériences très intéressantes, entreprises récemment sur le carbone, tendent à prouver qu'aucune modification n'est rigoureusement réversible ; si bien que l'état d'un corps et les propriétés qu'il manifeste dépendraient, dans une certaine mesure, de toute son histoire et que l'on ne pourrait jamais dire d'un corps qu'il est le même qu'un autre corps, ni affirmer d'avance qu'il se comportera identiquement dans les réactions. Nous ne pouvons donc ni caractériser pleinement chaque espèce, ni en dénombrer toutes les variétés.

Voyons maintenant les conséquences tirées par le nominalisme de ces difficultés que nous avons exposées sans les atténuer. D'abord, il est toute une catégorie de lois, celles qui énoncent les propriétés des corps et que l'on pourrait appeler *attributives*, qui nous apparaissent comme des définitions déguisées. Des propositions telles que celle-ci, le phosphore fond à la température de 44 degrés, ne pourront jamais être contredites par l'expérience, puisque, profitant de l'indétermination qui subsiste dans la notion du phosphore, on pourra toujours soutenir qu'un corps qui ne vérifie pas cette loi n'est pas du phosphore. Or, une loi qui s'élève au-dessus de tout contrôle expérimental n'est ni vraie, ni fausse. A vrai dire, les lois attributives ne font que compléter nos définitions ; nous ajoutons, par exemple, aux propriétés qui définissent le mot phosphore, la température de fusion. — M. Poincaré a très clairement répondu à cette interprétation. Quand nous énonçons une loi attributive, nous affirmons que deux groupes de propriétés — celles qui, par exemple, dans tous les traités de chimie servent à définir le phosphore d'une part et, d'autre part, la température de fusion — sont nécessairement unis l'un à l'autre. La loi est vraie ou fausse, parce qu'elle contient une affirmation et ne se réduit pas à une convention grammaticale. Si elle est fausse, on lira dans les traités de chimie : « Il existe deux corps que les chimistes ont longtemps confondus sous le nom de phosphore ; ils ne diffèrent que par leur point de fusion » ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Troost et Hautefeuille, cité par Duhem, *Thermodynamique et chimie*, p. 210.

⁽²⁾ Poincaré, *La valeur de la science*, p. 236.

Mais malgré la justesse de cette rectification et quoiqu'il soit nécessaire de dénoncer quelques-unes des impropriétés de termes sur lesquelles les nominalistes édifient leurs théories les plus hardies, il faut avouer qu'une partie du terrain leur reste dans ce débat. On peut se convaincre qu'aucune induction rigoureuse ne nous garantit l'étendue exacte de ces lois que nous avons nommées attributives. Par exemple, pour énoncer avec certitude la loi en litige, il nous faudrait savoir que les propriétés reconnues du phosphore définissent complètement une espèce naturelle et qu'en outre le point de fusion est une propriété qui caractérise l'espèce et non la variété. Nous ne pourrions y parvenir empiriquement qu'à la condition de comparer tous les corps au phosphore et d'observer toutes les formes de ce corps.

Mais l'objection des nominalistes se généralise et s'étend à toutes les lois de la physique, qu'elles aient ou non la forme attributive. Supposons qu'une loi énonce que, telle modification se produisant dans un système, il en résulte une autre modification, ou que ces modifications dépendent nécessairement l'une de l'autre. Il y aura toujours, dans cet énoncé, un élément d'indétermination, puisque nous ne connaissons jamais complètement la nature des corps qui composent le système. Sans doute nous pouvons énumérer quelques-unes de leurs propriétés, mais suffisent-elles à les définir? Tous les corps jouissant de ces propriétés pourront-ils être substitués les uns aux autres dans les expériences, sans que les résultats en soient altérés? Ou bien, au contraire, les résultats changeront-ils parce que, malgré leur communauté partielle de nature, ils ne sont pourtant pas identiques les uns aux autres? Il nous est impossible de répondre *a priori*; il nous est impossible d'achever les expériences qui permettraient de répondre. Cette difficulté est réelle; nous la retrouverons plus loin et nous verrons qu'elle a provoqué plus d'une fois des erreurs d'induction. Avant de connaître le spath d'Islande, les physiciens étendaient sans distinction les lois cartésiennes de la réfraction à tous les milieux réfringents. Plus tard, on a reconnu qu'il fallait distinguer entre eux et l'on a dû adapter les lois de l'optique à chaque espèce particulière de cristal.

Mais ces insuccès ne nous obligent-ils pas à nier la valeur objective de l'idée même de la loi naturelle? Telle est, pour la critique philosophique, le point central du débat. Le nominalisme signale ingénieusement toutes les difficultés techniques que rencontre la recherche scientifique et dénombre patiemment toutes les causes d'erreur. On pouvait d'ailleurs les prévoir *a priori*, et il est

bien certain, comme on l'a remarqué depuis longtemps, que les méthodes empiriques ne peuvent pas nous conduire au savoir parfait et ne nous offrent pas un critère absolu de la vérité. Mais, après avoir fait son profit de la critique des nominalistes, se trouve-t-on acculé aux conclusions doctrinales qu'ils formulent ? Nous croyons au contraire que celles-ci peuvent se discuter. Dans la question qui nous occupe, elles se présentent sous la forme d'un dilemme. Ou bien il faut considérer les lois scientifiques comme des définitions nominales qui, par nature, ne sont ni vraies ni fausses. Ou bien, si l'on croit qu'elles contiennent une affirmation, il convient, pour les énoncer avec prudence, de leur donner toujours la forme de propositions particulières. On devra dire, par exemple : quelques-uns des corps, jouissant des propriétés dont le chimiste se sert pour définir le mot phosphore, fondent à 44 degrés ; ou bien, dans quelques milieux réfringents la lumière se réfracte selon les lois de Descartes. En un mot, on ne peut attribuer à la loi ni caractère d'universalité, ni caractère de nécessité : elle résume seulement un groupe de remarques particulières.

Et, en effet, l'expérience dément parfois nos prévisions et nous voyons varier la forme d'une loi dans des circonstances que nous avions d'abord considérées comme identiques. Si ces variations semblaient se faire au hasard, il faudrait sans doute accepter les conclusions du nominalisme. Mais, au contraire, les physiciens ne se sont pas émus de ces accidents. C'est qu'une observation plus attentive permet le plus souvent de les expliquer. On s'aperçoit que ces variations dans la forme de la loi dépendent, selon des règles bien déterminées, de changements passés d'abord inaperçus dans les conditions de l'expérience, si bien qu'elles nous apprennent seulement à mieux connaître la nature des corps que nous employons, ou à mieux discerner leurs variétés. Les propriétés optiques des cristaux, quoique la théorie Cartésienne ne le prévît pas, varient d'une espèce à l'autre, mais nous pouvons les rattacher, par des règles bien déterminées, aux autres propriétés physiques et aux propriétés géométriques de chaque espèce de cristal. Les phénomènes de double réfraction, qui ont appelé l'attention sur ces différences et obligé les physiciens à une révision de l'optique géométrique, n'ont porté aucune atteinte à l'idée de la loi ; ils l'ont plutôt confirmée, puisque, observant des variations dans la forme des lois de la réfraction, on s'est aperçu que celles-ci elles-mêmes obéissaient à une loi. En un mot, assez d'accidents apparents ont pu recevoir une claire interprétation, pour que, malgré eux, nous fassions confiance à l'idée de loi et n'attribuions qu'à notre ignorance le scandale des exceptions.

*
* * *

Quatrième degré. — Pour étudier un système, le physicien définit ses propriétés caractéristiques et cherche comment elles varient en fonction les unes des autres. La détermination d'une propriété caractéristique se ramène le plus souvent à une mesure directe ou indirecte. On comprend ce qu'est une mesure indirecte. Elle consiste à substituer à un fait, qui en lui-même est inaccessible à la mesure, un second fait qui s'y prête et qui soutient avec le premier une relation constante. Cette méthode permet de donner une définition mathématique des propriétés qui ne s'offrent pas à nous comme des grandeurs, dont les espèces ne diffèrent pas les unes des autres par le plus ou par le moins, mais se distinguent par leur qualité. C'est ainsi, par exemple, que l'on mesure la hauteur d'un son par le nombre des vibrations de l'air ou que l'on représente par la longueur d'onde la qualité d'une lumière.

Mais la mesure est souvent une opération extrêmement complexe. Pour l'obtenir, il faut grouper un grand nombre d'observations, les corriger, les combiner les unes aux autres dans un calcul. Aussi les nominalistes, frappés de l'initiative qui revient au physicien dans l'élaboration des données empiriques, se sont-ils complu à marquer la grande différence qui sépare le fait brut, objet immédiat de la perception, du fait scientifique, défini par la mesure et le calcul (¹). Les plus intransigeants ont même soutenu que celui-ci était une libre création de l'esprit, l'objet d'une définition nominale qui ne reconnaît d'abord d'autres règles que celles de la logique formelle et dont l'usage se fixe dans la tradition scientifique, quand on s'aperçoit qu'elle offre un moyen commode pour représenter le donné.

Il faut d'abord dissiper une première confusion. L'observation scientifique, comme l'observation vulgaire, porte sans aucun doute sur les faits bruts et ce sont eux qui forment la matière première de toute recherche. L'exposé d'une expérience, si technique soit-il, se ramène toujours à la description d'un ensemble de faits que les yeux les moins savants peuvent voir. Sur ce point, la rectification de M. Poincaré nous paraît décisive. « Tout ce que crée le savant dans un fait, c'est le langage dans lequel il l'énonce. S'il prédit un fait, il emploiera ce langage et, pour tous

(¹) M. Duhem, le premier, a appelé l'attention sur ce point : *Quelques réflexions au sujet de la physique expérimentale* (*Revue des questions scientifiques*, 2^e série, t. III, 1894). Depuis, sa thèse a été bien souvent reprise.

ceux qui sauront le parler et l'entendre, sa prédiction est exempte d'ambiguïté » ⁽¹⁾. « Quand j'observe un galvanomètre, si je demande à un visiteur ignorant : le courant passe-t-il ? Il va regarder le fil pour tâcher d'y voir passer quelque chose. Mais si je pose la même question à mon aide, qui comprend ma langue, il saura que cela veut dire : le spot se déplace-t-il, et il regardera sur l'échelle » ⁽²⁾. Pourtant ces remarques, si judicieuses qu'elles soient, ne nous paraissent pas atteindre au point vif la thèse nominaliste. Il est certain que les propriétés caractéristiques par lesquelles le physicien définit un système, une pression, une intensité, une force, une longueur d'onde, etc., ne sont point choses qui tombent sous les sens. On les conçoit par un effort d'abstraction. C'est la nature et la portée de celui-ci qu'il faut expliquer. Les nominalistes, fidèles à leur postulat, le réduisent à la création d'un signe. Pour nous, il dégage un rapport plus interne, qui n'est plus l'objet d'une perception immédiate, mais d'une conclusion. Nous discuterons quelques exemples caractéristiques.

Il arrive le plus souvent qu'une même propriété peut être mise en évidence par des expériences très différentes et dans lesquelles les faits bruts que l'on aperçoit ne se ressemblent pas du tout, en tant que tels, les uns aux autres. Mais alors, disent les nominalistes, si les faits bruts ne se ressemblent pas, comment parler d'une même propriété et pourquoi laisser entendre qu'ils ont une partie commune et qu'il suffit, pour l'apercevoir, de la dégager de sa gangue ? A vrai dire, nous ne faisons que rapprocher, par une même interprétation symbolique, des observations qui, en soi, sont disparates. Sans doute, il est possible au physicien de traduire ses symboles en faits concrets. Mais, chose remarquable, il peut faire cette traduction de mille façons différentes. S'agit-il d'une pression, dit M. Duhem ? « Il peut exercer la pression en versant du mercure dans un tube, en faisant monter un réservoir plein de liquide, en enfonçant dans l'eau un piston à vis. Il peut mesurer cette pression avec un manomètre à air libre, avec un manomètre à air comprimé, avec un manomètre métallique... Cependant toutes ces manipulations, si diverses qu'un profane n'aperçoit entre elles aucune analogie, ne sont pas vraiment des expériences différentes ; les faits qui se sont réellement produits ont été aussi dissemblables que possible ; cependant la constatation

(1) Poincaré, *La valeur de la science*, p. 233.

(2) Poincaré, *Sur la valeur objective de la science* (*Revue de mét. et de mor.*, 10^e année, p. 270).

de ces faits s'exprime par le même énoncé »⁽¹⁾. M. Duhem en conclut immédiatement que cet énoncé n'a qu'une valeur symbolique parce que justement « une infinité de faits pratiques distincts peuvent lui correspondre ». Mais n'est-ce pas bien se hâter de conclure ? Si la pression est une notion générale, elle a une extension ; elle embrasse un ensemble de faits particuliers. Or, une notion générale se réduit-elle à un signe ? Toute la question est là. D'ailleurs le nominalisme — et c'est sa thèse capitale — ne reconnaît pas l'existence d'une faculté originale d'abstraction. Un concept se réduit pour lui à la représentation d'un groupe de faits particuliers que nous avons tous connotés de la même manière. Et c'est le signe qui donne son unité au groupe, ce n'est pas l'unité naturelle du groupe qui nous invite à représenter par un même symbole tous ses termes composants.

Nous ne savons si M. Duhem accepte toute cette thèse. Il nous semble du moins que son argumentation la suppose et ne la démontre pas. Sans doute l'idée de la pression que supporte un gaz ne peut être dégagée de l'observation que par un acte d'abstraction. Mais toute la question est de savoir si celui-ci présente un caractère artificiel. Or, il ne semble pas qu'il en soit ainsi. Si nous croyons mesurer la pression au moyen d'appareils fort dissemblables, c'est que nous pensons, dans chaque cas, mettre en jeu une même force. Et nous ne donnons à ce terme aucune signification métaphysique ; nous ne considérons pas la force comme une entité, mais comme un rapport. Il suffit d'entendre ici que les divers systèmes mécaniques que nous employons, pour mesurer dans des circonstances données la pression d'un gaz, se feraient équilibre les uns aux autres, ou feraient équilibre à un même système. Voilà le rapport qui se retrouve dans tous les cas. Veut-on une définition plus empirique encore et plus immédiate ? Nous pensons que l'on peut indifféremment mesurer la pression d'un gaz à l'aide d'instruments très divers, parce que nous savons que, dans les mêmes conditions, leurs indications se correspondent régulièrement, qu'elles sont fonctions les unes des autres. C'est cette loi que la notion de la pression, sous sa forme la plus empirique, résume et condense. Elle a donc un contenu positif. Sans doute il ne faut pas, par une grossière illusion réaliste, prendre la pression pour une chose. Mais son concept exprime un rapport général que nous obtenons par induction. Et nous essayerons de justifier, dans un prochain chapitre, le principe de ce raisonnement.

(1) Duhem, *Théorie physique*, p. 241.

On trouve, il est vrai, dans la physique un certain nombre de termes dont le caractère métaphorique ne fait aucun doute et dont on se sert pour désigner des propriétés qui restent en elles-mêmes tout à fait inconnues et échappent entièrement à notre observation. L'interprétation nominaliste ne s'impose-t-elle point dans ce cas? On parle, par exemple, de l'intensité d'un courant, d'une chute d'électricité. Or, nulle expérience ne nous révèle qu'il y ait dans le fil interpolaire transport réel d'une certaine quantité de fluide. Mais il faut avouer que ces images ne sont que des figures de langage; elles soulagent l'esprit, mais on peut, sans difficulté, les écarter dans une exposition rigoureuse.

On ne pourra, du moins, diront les nominalistes, se passer d'un symbole abstrait. Nous représentons l'intensité au moyen d'un nombre. Mais ce nombre, qui varie avec l'unité de grandeur choisie, l'ampère ou l'unité électromagnétique C. G. S., ne se relie à la propriété inconnue en soi, que nous nommons intensité, qu'au moyen d'une convention. Sommes-nous d'ailleurs certains que celle-ci soit une grandeur, que les intensités de deux courants ne diffèrent que par le plus ou par le moins, que leur rapport soit égal à celui des nombres qui les représentent, et que ces nombres, en un mot, puissent servir, non seulement à les repérer, mais encore à les mesurer? Il serait imprudent à celui qui n'accepte pas sans restriction le dogme du mécanisme universel de répondre affirmativement à ces questions. — Mais ces remarques des nominalistes n'atteignent que la prétention de connaître en soi l'intensité du courant. La vraie notion de l'intensité, la notion positive, a un sens expérimental. Elle exprime, sous une forme abrégée, tout un ensemble de relations qui se dégagent des faits : relation entre les déviations d'une aiguille aimantée placée en des points correspondants dans le champ respectif de deux courants de même forme; relation entre l'effet électromagnétique du courant et la quantité de l'électrolyse décomposée dans le voltamètre, etc... Ce sont ces relations qui forment la compréhension de la notion et qui la définissent. Le nombre par lequel on mesure l'intensité n'a aucune signification par lui-même. Il indique seulement la valeur qu'il faut donner à une certaine lettre, qui figure dans les formules de Laplace ou de Faraday, pour déterminer, une fois connue la nature de l'unité employée, les propriétés observables du courant. C'est pourquoi il ne fait rien connaître à celui qui ignore les lois de l'électricité. Comme d'ailleurs ces formules s'étendent à tous les courants, la valeur de ce nombre sert à caractériser chaque courant.

L'intensité n'est pas une propriété concrète, un objet de perception. Son concept résume un groupe de lois expérimentales. Et le nombre qui la mesure n'apparaît comme un signe arbitraire qu'à la condition de l'isoler de la définition complexe de l'intensité. Il n'est sans doute que le symbole de l'intensité; mais il n'est pas possible de voir dans celle-ci un simple symbole.

Les faits scientifiques — entendez par là les grandeurs caractéristiques par lesquelles le physicien définit chaque système — ne sont pas des objets concrets de perception. Il faut en donner acte au nominalisme. Qui pourrait d'ailleurs le contester ? Pour les déterminer, il faut discuter, interpréter, corriger les résultats bruts de l'observation. Ce ne sont pas, disent les nominalistes, des données immédiates de l'expérience, mais des constructions de l'esprit. Et, en un sens, nous sommes encore d'accord avec eux. Nous dirions volontiers que les faits scientifiques se présentent comme la conclusion d'un raisonnement. Mais quelles sont la valeur et la portée de ce raisonnement ? Toute la question est là. Pour y répondre, expliquons en quoi consiste la mesure d'une grandeur physique et la correction de cette mesure.

Choisissons un exemple très simple. Supposons que nous ayons à déterminer la densité d'une vapeur par le procédé de Dumas. On connaît la définition de la densité : c'est le rapport entre les poids (ou masses) de deux volumes égaux d'air et de vapeur, pris dans les mêmes conditions de température et de pression.

Pourrons-nous mesurer séparément, d'une part le poids d'un volume de vapeur et d'autre part celui d'un même volume d'air dans les mêmes conditions, et tout le calcul consistera-t-il à écrire deux nombres l'un au-dessous de l'autre ? A coup sûr, non. Nous ne pouvons empêcher les circonstances de varier au cours de nos expériences. C'est à une température élevée, supérieure au point d'ébullition de la substance en expérience, que nous observerons que la vapeur emplit le ballon sous la pression atmosphérique. Et, au contraire, nous pèserons le ballon plein d'air à la température du laboratoire. Dans l'intervalle la pression atmosphérique a pu changer. Le ballon de verre s'est dilaté sous l'influence de la chaleur et son volume a varié. En fin de compte, nous observerons la différence entre le poids d'un certain volume de vapeur v_1 sous la pression Π_1 et à la température t_1 et celui d'un volume d'air v_2 sous la pression Π_2 et à la température t_2 . Il faudra faire des corrections. Faire une correction, c'est déterminer comment les résultats d'une observation, obtenue dans cer-

taines circonstances, auraient été modifiés, si les circonstances avaient été différentes.

Dans notre exemple il faut, pour pouvoir les comparer, ramener aux mêmes conditions des observations qui, malgré nous, ont été faites dans des conditions diverses. Pour y parvenir, nous avons à appliquer des lois et des formules déjà établies. Nos corrections seront de deux sortes : 1° Après avoir obtenu par un jaugeage le volume du ballon à une certaine température, nous déterminerons sa valeur à une autre température. Cela suppose que l'on connaît le coefficient de dilatation cubique du verre. 2° Connaissant le poids d'un volume d'air, dans certaines conditions de température et de pression, il faut déterminer celui d'un autre volume dans d'autres conditions. Cela suppose encore l'application des lois de Mariotte et de Gay-Lussac.

Ainsi, dans chaque observation scientifique, il faut remonter du fait brut, peu intéressant en lui-même, au fait significatif, que nous voulons connaître et qui échappe à l'expérience directe, au fait qui ne s'est pas produit, mais se serait produit dans les circonstances rigoureuses que l'on imagine. Pour y parvenir, on doit analyser les conditions principales de l'expérience et en corriger les résultats, c'est-à-dire déterminer ce qu'ils auraient été, si les conditions avaient été autres. Dans certains cas, ces conditions que l'esprit conçoit ne pourraient en aucune façon être réalisées par la nature : la définition du fait scientifique devient alors particulièrement délicate, il faut le concevoir comme une sorte de limite idéale. Nous l'expliquerons plus loin. Mais, le plus souvent, il n'en est pas ainsi, et les conditions théoriques ne présentent aucune impossibilité physique, quoique nous ne puissions point pratiquement les obtenir. La densité d'une vapeur, par exemple, est une relation entre les poids de deux volumes égaux de vapeur et d'air, pris à la même température et sous la même pression. On ne saurait dire que sa définition est un artifice de l'esprit parce que cette égalité parfaite ne peut être atteinte dans nos expériences.

La valeur de la densité est obtenue par un calcul où l'on combine plusieurs observations successives. Il nous reste à apprécier comment il s'effectue et quelle en est la rigueur.

Ce calcul s'appuie sur des lois et des formules déjà établies. Et cette remarque nous amène à exposer l'objection maîtresse du nominalisme que l'on trouve à la base de toutes ses critiques. On peut la résumer d'un mot : dans la physique expérimentale, la connaissance des lois s'appuie sur celle des faits, mais la déter-

mination des faits implique la définition des lois. Il y a dans la recherche un cercle vicieux. Nous ne dissimulerons pas ce cercle vicieux. Il nous semble qu'il est impossible de l'éviter tout à fait dans l'exposition de la physique ; mais il est du moins facile d'expliquer comment, en fait, la physique a franchi cette difficulté. La connaissance grossière des faits a d'abord provoqué les premières inductions et la définition grossière des premières lois. Celles-ci, quoique imparfaites, ont permis cependant de rectifier nos observations et d'y apporter plus d'exactitude. Et ce progrès, par contre-coup, a suggéré une correction dans l'énoncé des lois elles-mêmes. Ainsi, en mathématiques, dans les problèmes d'approximation, la connaissance d'une valeur approchée de l'inconnue — par exemple des racines simples d'une équation, quand on les a d'abord séparées — permet d'obtenir une valeur plus approchée encore et de s'avancer indéfiniment vers la solution exacte. Il en est de même en physique. Sans doute, les énoncés d'aucunes lois de physique ne sont absolument rigoureux. Comme on l'a dit, ils sont tous à *réviser*. Et cependant, en appliquant, dans le calcul de la densité, la loi de Mariotte et celle de la dilatation cubique du verre, nous ne commettons pas de grosses erreurs, quoiqu'elles ne soient l'une et l'autre qu'approchées. Mais surtout — et c'est le point qui, à notre avis, importe le plus — les corrections que nous opérons en nous appuyant sur des formules approchées ont toutes un sens très clair pour l'esprit. Et la connaissance des formules véritables, si nous la possédions par impossible, nous en suggérerait certainement de tout à fait analogues. Seule, la valeur *quantitative* de nos corrections est inexacte. Mais cette imperfection ne justifie pas la thèse générale des nominalistes qui considèrent les faits scientifiques comme des créations artificielles de l'esprit. Ce sont bien des faits naturels que nous nous efforçons de connaître ; mais, comme on l'a su de tout temps, nous n'en obtenons jamais qu'une mesure relative. Il importe d'insister sur ce point qui forme le centre de l'argumentation nominaliste et de préciser notre thèse.

« Pour définir la pression supportée par un gaz, il a fallu, dit M. Duhem, user des notions si délicates, si difficiles à acquérir de pression, de forces de liaison. Il a fallu appeler en aide la formule du nivellement barométrique donnée par Laplace, formule qui se tire des lois de l'hydrostatique ; il a fallu faire intervenir la loi de compressibilité du mercure, dont la détermination se relie aux questions les plus délicates et les plus controversées de la théorie

de l'élasticité » ⁽¹⁾. Ces lois et ces formules, que l'on invoque, ne peuvent pas se démontrer expérimentalement une à une. Elles forment des groupes de propositions solidaires qu'il faut poser toutes ensembles pour en tirer des conséquences qui, seules, seront susceptibles de vérifications expérimentales. Un ensemble de propositions solidaires, et qui ne peuvent se comparer à l'expérience que dans quelques-unes de leurs conséquences, forme une théorie. Ainsi la connaissance d'un fait suppose à la fois une série d'observations et une interprétation théorique. Et comme la théorie ne comporte pas une démonstration logique rigoureuse, comme on l'a choisie parmi d'autres également possibles et qui s'accorderaient aussi bien avec l'expérience, le caractère arbitraire de ce choix se propage de proche en proche jusqu'au fait scientifique lui-même qu'une théorie nous sert toujours à définir.

Nous avons à présenter deux remarques étroitement solidaires l'une de l'autre et qui s'appuient toutes deux sur une distinction fort importante, à notre avis, celle des *lois qualitatives* et des *lois mathématiques*. La loi qualitative se borne à énoncer un rapport de dépendance nécessaire entre deux faits; elle exprime qu'ils sont fonctions l'un de l'autre. La loi mathématique détermine la forme de la fonction et la valeur des coefficients constants qu'elle contient. La première a un caractère plus expérimental, la seconde plus théorique. Or, on s'aperçoit sans peine qu'on peut découvrir par induction les relations qualitatives, celle qui unit par exemple la pression et le volume d'un gaz, sans recourir à des définitions très savantes et aux considérations théoriques dont parle M. Duhem. Ce n'est qu'au moment où l'on cherche à donner à la loi de Mariotte une forme mathématique qu'il faut mesurer dans chaque expérience la valeur exacte de la pression et faire de minutieuses corrections. Alors interviennent à coup sûr de délicates hypothèses dont il appartient, dans chaque cas, au physicien d'apprécier la valeur. Mais l'on ne saurait trop insister sur ce point : l'existence de la loi qualitative, dont on s'est d'abord assuré, donne à la recherche de la loi mathématique un objet. Si deux phénomènes sont fonctions l'un de l'autre, le problème a un sens qui consiste à déterminer la nature de cette fonction. La critique que fera le physicien de l'expérience sera plus ou moins complète; les formules sur lesquelles reposeront ses corrections plus ou moins exactes, et souvent les progrès de la physique conduiront à les rectifier elles-mêmes. Il n'en est pas moins vrai qu'il sait ce qu'il cherche :

(1) Duhem, *La théorie physique*, p. 237.

il cherche à déterminer, par des procédés imparfaits et empiriques, un rapport réel et non pas à créer un symbole artificiel et commode.

Envisageons maintenant les corrections elles-mêmes. Pense-t-on à leur valeur quantitative? Il faudra reconnaître sans doute que la formule de Laplace ou la loi mathématique de la compressibilité du mercure sur lesquelles on s'appuie pour la déterminer sont difficiles à établir et prêtent à discussion. Mais l'idée de ces corrections ne nous est-elle pas suggérée par des faits expérimentaux très clairs, l'observation du ménisque barométrique et celle de la compressibilité du mercure dont la réalité ne sera mise en doute par aucun physicien? Ici encore les problèmes sont posés par les faits; et si l'on en demande la solution à des théories plus ou moins incertaines, ils n'en ont pas moins en eux-mêmes une signification objective.

En un mot, l'on ne saurait oublier qu'il y a entre la physique mathématique et les faits bruts un moyen terme : c'est la physique expérimentale et qualitative. Elle applique des méthodes d'induction qui nous paraissent correctes et dont nous discuterons le principe dans un prochain chapitre. Elle forme la partie la plus solide des sciences de la nature. Aussi les expérimentateurs, qui en ont le sentiment, ne sont-ils pas disposés à accepter dans leur intégrité les thèses du nominalisme.

Après les explications que nous avons données, nous n'aurons pas à discuter longuement une autre forme de l'observation scientifique : celle où l'on cherche à atteindre un fait qui, en lui-même, ne peut être l'objet d'aucune expérience directe, à travers d'autres faits qui peuvent seuls être observés. Soit, par exemple, à déterminer la vitesse de la lumière par les méthodes de Fizeau ou de Foucault. Que constate l'observateur? Une éclipse de lumière ou le déplacement d'une image sur un écran. Pour en déduire que la lumière parcourt 300.000 kilomètres à la seconde, il faudra sans doute franchir bien des étapes et analyser avec soin toutes les circonstances de l'expérience. Dans cette analyse, on s'appuiera sur les lois de l'optique géométrique. En sorte que la conclusion vaudra ce que valent les principes du raisonnement. Mettra-t-on en doute les lois de l'optique géométrique? On pourrait, sans doute, discuter la forme de certaines définitions : celles du rayon lumineux, par exemple. On pourrait, à tout prendre, faire des réserves sur la rigueur absolue de leur énoncé mathématique. Mais, à coup sûr, il en restera assez pour justifier la

méthode de Fizeau et les résultats *approximatifs* auxquels elle conduit.

Les nominalistes insistent beaucoup sur la complexité des opérations que la critique d'une observation implique. Mais quel argument peuvent-ils en tirer? Le nombre des opérations importe peu, si chacune d'elles présente un sens clair; si l'on déduit les conséquences de lois bien établies, du moins sous leur forme qualitative. On peut penser que l'on commet de petites erreurs dans le calcul, parce qu'on ne possède jamais la formule strictement exacte de ces lois, et que ces petites erreurs peuvent s'accumuler et s'ajouter les unes aux autres. Mais on en conclura seulement que nous n'avons des faits qu'une connaissance approchée. Et cette conclusion banale ne justifiera pas le moins du monde la thèse des nominalistes. Il leur faudrait établir, dans l'exemple choisi plus haut, que le concept de la vitesse de la lumière est artificiel. N'est-ce qu'un symbole commode qui, joint à beaucoup d'autres, permet de représenter les faits bruts constatés dans les expériences de Foucault, de Fizeau ou de Rømer? Mais alors comment expliquer que des méthodes si différentes et tout à fait indépendantes les unes des autres conduisent à choisir le même symbole pour figurer les phénomènes d'apparences si dissemblables que l'observation directe atteint dans chaque cas?

*
* * *

Cinquième degré. — Dans l'exposé des lois et surtout des théories, le physicien introduit parfois des notions, où l'on serait bien tenté de ne voir avec le nominalisme que des symboles sans aucune valeur objective, parce qu'elles présentent une sorte de contradiction interne, ou du moins définissent des faits dont la réalisation présente une impossibilité physique : le point matériel, l'élément de courant, le mouvement réversible. Mais la contradiction résulte simplement du mode d'exposition, où l'on sacrifie la rigueur logique à la simplicité. Il est toujours possible de la faire disparaître sans altérer le contenu essentiel de la notion. Et, bien interprétée, celle-ci apparaît comme le résultat d'une dernière abstraction, plus délicate, mais encore correcte. Nous en distinguerons plusieurs types.

α. L'artifice de l'exposition consiste à *réaliser une abstraction* pour abrégé le discours. — La cinématique est la dynamique du point matériel : elle le soumet à des forces déterminées, et cher-

che la loi de son mouvement; ou bien elle se donne la loi de son mouvement et cherche à déterminer les forces auxquelles il est soumis. Mais qu'est-ce que le point matériel dans les définitions de la mécanique classique? Un point géométrique pourvu d'une masse; un corps réel réduit à un point géométrique. Or l'on ne peut concevoir un corps réel qui n'occupe pas une certaine étendue. La cinématique définit donc un objet que la nature ne peut réaliser et que l'esprit ne peut même pas concevoir. Mais le vice de l'exposition disparaît, si l'on cesse de présenter un terme abstrait comme une chose.

Considérons un système matériel quelconque : on démontre qu'un mouvement infiniment petit du système peut toujours se décomposer en trois mouvements élémentaires : une translation, une rotation, une déformation. On peut essayer d'étudier ces trois mouvements indépendamment les uns des autres. Soumettons le système à des liaisons qui rendent impossible toute déformation. Alors à chaque instant la vitesse d'un point quelconque sera la somme de la vitesse de translation d'un point du système pris comme centre, et de la vitesse de rotation autour de ce centre. Mais on peut négliger cette dernière et se borner à définir, pour simplifier le problème, le mouvement du centre. Supposons par exemple que le système soit une sphère homogène; limitons notre étude au mouvement de son centre de gravité. Nous serons en présence d'une question de cinématique. C'est pourquoi Kirchhoff définit avec beaucoup d'exactitude le point matériel comme une sphère de volume quelconque, quand on la suppose indéformable, et quand on fait *abstraction* de sa rotation sur elle-même.

Le théorème du centre de gravité nous apprend d'ailleurs que l'on peut écrire les équations :

$$M \frac{d^2x}{dt^2} = \Sigma X \quad \text{etc.....}$$

M étant la masse totale du système; X, Y, Z les projections des forces extérieures; x, y, z les coordonnées du centre de gravité, à condition que le système vérifie le principe de l'action et de la réaction. Tout se passe donc comme si toutes les masses du système étaient concentrées en un point géométrique et si des forces égales et parallèles aux forces extérieures y étaient appliquées. On peut donc, en cinématique, associer sans contradiction l'idée d'un point géométrique et celle d'une masse dans la notion du point matériel, à la condition de bien comprendre que celui-ci n'est

pas une *chose*, mais un *terme abstrait* conçu par la mécanique en vue d'étudier à part l'élément le plus simple du mouvement concret.

β. L'artifice de l'exposition consiste à traiter comme *des entités distinctes* des éléments qui font partie intégrante d'un tout. — Un aimant a toujours deux pôles; un courant est toujours fermé. Et cependant la physique, pour définir les lois de l'électromagnétisme et de l'électrodynamique, détermine d'abord l'action d'un élément de courant sur un pôle d'aimant, ou d'un élément de courant sur un autre élément. Un pôle d'aimant, un élément de courant ne sont point des choses qui se puissent concevoir isolément. Ne faut-il pas en conclure qu'en suivant cette méthode la physique ne peut obtenir que des relations symboliques?

Mais voyons comment ces notions s'introduisent dans la physique et comment il faut les entendre. L'expérience peut nous apprendre directement que l'action d'un courant sur un pôle d'aimant dépend à la fois de l'intensité, de la quantité d'aimantation, de la forme du courant et de sa position relative au pôle. Mais nous ne nous contentons pas de connaître la nature des paramètres dont dépend l'action réciproque du courant et de l'aimant; nous voulons posséder une relation quantitative, qui nous permette de mesurer, en fonction de ces paramètres, la valeur de cette action. Or l'on comprend sans peine qu'une formule générale, embrassant tous les cas, ne pourra s'obtenir qu'à la condition que cette action puisse prendre la forme d'une somme de termes relatifs à chacun des éléments du courant, d'une intégrale étendue à tout son parcours. Cette condition elle-même sera réalisée, si l'on admet le postulat suivant, sur lequel repose implicitement toute théorie électromagnétique : soit un courant ABCD; supposons que la partie ABC se déforme et devienne successivement AB_1C , AB_2C , ... AB_nC , la partie ADC restant invariable; puis que la partie ADC se déforme à son tour et devienne successivement AD_1C ; AD_2C , ... AD_nC , pendant que ABC ne change pas. On pourra trouver deux suites de nombres $X_1, X_2, \dots, X_n$ et $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ telles que la somme $X_p + Y_q$ représente l'action du courant AB_pCD_q sur le pôle d'aimant. Ce postulat n'est sans doute pas évident *a priori*. Mais nul physicien n'a hésité à l'admettre, parce que sans lui toute théorie générale est impossible. On en conclura peut-être que de pareils postulats manquent de valeur objective, puisqu'ils n'ont d'autres titres que leur conformité aux besoins de notre esprit. Sans doute et ces postulats ont besoin d'une confirmation

expérimentale; ils ne peuvent d'ailleurs se vérifier que par leurs conséquences, et nous verrons plus loin (ch. VII) jusqu'à quel point cette méthode nous procure une preuve. Il nous suffit pour l'instant de montrer qu'ils n'enveloppent pas de contradiction. Un élément de courant n'a pas d'existence propre; et tout ce que nous pouvons considérer c'est l'action globale du courant fermé sur le pôle d'aimant. Mais celle-ci varie quand la forme du courant change. D'après quelle loi? Le postulat que nous avons rappelé définit seulement la forme de cette loi, et la définit de manière à lui assurer la plus grande généralité possible. Or rien ne nous interdit d'admettre que l'action électromagnétique puisse se calculer en faisant la somme d'un ensemble de termes relatifs à chaque élément du courant. La contradiction réside tout entière dans quelques expressions vicieuses, dont se servent les physiciens, quand ils parlent pour plus de simplicité un langage réaliste. Mais rien n'est plus facile que d'éviter ces expressions. Un élément de courant n'est qu'un terme d'une relation abstraite. Il faut seulement se garder d'en faire une chose.

γ. L'artifice consiste dans un passage à *la limite*. Le caractère d'impossibilité physique, qui s'attache aux objets considérés par le théoricien, résulte le plus souvent de ce fait que ces objets ne représentent que des cas limites, que la nature n'atteint pas, ou même ne peut pas atteindre. Elle s'en approche seulement. Mais, aux phénomènes réels trop complexes, le physicien substitue un modèle plus simple et dont il se contente, dans une première approximation, de définir les propriétés. Cette méthode de simplification est d'un usage constant. Nous n'étudierons que le cas où le modèle ainsi construit ne pourrait, sans contradiction, être réalisé dans la nature. Il semble alors qu'on ne puisse discuter le caractère de celui-ci. Il faut avouer que ce n'est qu'un symbole, utile pour représenter avec plus ou moins d'exactitude certains phénomènes, incapable d'exprimer leur loi véritable. — Sans doute il participe de la nature du symbole; mais nous croyons cependant que ce passage à la limite est bien près de nous faire connaître une relation interne de l'ordre objectif.

Tout d'abord, remarquons que la physique n'a pas le privilège de cette méthode. C'est par un passage à la limite que la géométrie construit ses figures. On ne peut voir en effet dans les définitions des géomètres de simples conventions sur le sens de certains mots ou mieux sur l'équivalence de certaines expressions. Ou du moins la géométrie qui se fonde sur de simples définitions nomi-

nales n'est-elle qu'une œuvre de pure logique, où l'on s'applique seulement à rattacher des conséquences rigoureuses à des principes bien définis, sans s'interroger sur la signification de ces derniers. Elle construit le moule où d'ailleurs se coulera spontanément la géométrie intuitive, lorsque l'on voudra substituer aux définitions nominales des objets d'intuition. A supposer qu'il soit utile de distinguer l'une de l'autre ces deux géométries, l'une formelle, l'autre intuitive; l'une susceptible d'une exposition rigoureuse, l'autre susceptible d'exciter l'invention; l'une parfaite et stérile, l'autre riche d'applications; il faudra bien nécessairement faire à la seconde sa part. Mais alors quelle est la nature des figures qu'elle définit? Malgré le nom que nous avons donné à cette géométrie, on s'aperçoit sans peine qu'elles ne sont point et ne peuvent pas être des objets de perception. Il faut les considérer comme les figures limites vers lesquelles tendent les figures réelles lorsque certains de leurs caractères subissent jusqu'au bout une certaine transformation. Ainsi elles participent à la fois de la nature des objets de perception, sans être, à proprement parler, des objets de perception. Je puis imaginer que les dimensions d'un point matériel diminuent sans cesse, et, si petites qu'elles soient, je pourrai toujours en concevoir de plus petites. *A la limite*, on le conçoit comme un point géométrique. De même pour la ligne. La figure géométrique ne peut être réalisée. Est-ce à dire que la géométrie ne nous fasse rien connaître de réel? Non, car les figures réelles peuvent se rapprocher indéfiniment des figures géométriques, si bien que les propriétés de celles-là peuvent s'expliquer par les propriétés de celles-ci. Nous croyons, en un mot, que la géométrie nous fait connaître l'ordre de dépendance véritable des propriétés spatiales les plus simples, encore que, pour les saisir, elle s'applique à des figures limites, dont la perfection ne peut jamais être atteinte et qui peuvent être seulement conçues sans devenir jamais des objets de perception.

Le physicien use de la même méthode que le géomètre. Il définit des objets que nous n'observons jamais dans la nature et que nous ne pouvons pas observer, mais dont les propriétés idéales représentent la forme limite des propriétés des corps naturels. Il considère des solides indéformables, des corps parfaitement élastiques, des mouvements sans frottement, des fils inextensibles, des gaz parfaits, etc.

Dans l'étude de ces êtres de raison se propose-t-il seulement de découvrir des formules purement symboliques? Mais un symbole utile doit représenter une relation vraie en quelque manière, sans

quoï l'on ne comprendrait pas comment il peut remplir sa fonction de symbole.

Sans doute, les lois des gaz parfaits, par exemple, à les prendre sous leur aspect quantitatif, ne sont qu'approchées; mais sous leur aspect qualitatif, elles sont irréprochables. Il est vrai, pour tous les gaz, que la température, la pression et le volume dépendent les uns des autres, de telle sorte que la valeur de deux de ces grandeurs détermine nécessairement la troisième. A la fonction qui les relie toutes trois, les lois de Mariotte et de Gay-Lussac donnent une forme trop simple. Mais la vraie fonction, si nous la connaissions, continuerait à relier entre eux les mêmes paramètres. En outre, il semble bien que les gaz, à mesure qu'ils s'éloignent de leurs points de liquéfaction, tendent de plus en plus à vérifier ces lois. « Il est probable, dit Verdet, dans son *Cours de physique*, que la raréfaction et l'élévation de température tendent à rapprocher un gaz quelconque d'un état gazeux parfait où il suivrait rigoureusement la loi de Mariotte, et où ses deux coefficients de dilatation deviendraient égaux et indépendants de la pression. Il est également probable que la valeur commune de ces deux coefficients de dilatation serait indépendante de la nature du gaz » (1).

Ainsi, cette tendance à se rapprocher d'un état limite peut être encore considérée comme réelle. En définissant des corps idéaux, la physique ne prétend pas seulement nous donner des formules pratiquement commodes, mais elle contribue à la connaissance objective si, en nous proposant des lois qualitatives qui sont vraies, elle nous apprend à discerner dans les lois quantitatives une tendance réelle à prendre une forme remarquablement simple, quand les phénomènes se rapprochent eux-mêmes d'un état limite.

L'interprétation des notions scientifiques devient particulièrement délicate, quand cet état limite présente en lui-même une contradiction. Par exemple, tous les traités de physique qui exposent le principe de Carnot s'appuient sur le concept d'un mouvement réversible. Une modification est dite réversible, quand elle fait passer le système de l'état 1 à l'état 2 par une suite continue d'états qui sont tous des états d'équilibre. Il s'ensuit évidemment « qu'une modification réelle n'est jamais réversible », puisque, dans ce cas, elle réunirait les deux circonstances contradictoires du mouvement et du repos. Mais si l'on *conçoit* entre les états 1

(1) Verdet, *Cours de physique*, I, p. 57.

et 2 une suite continue d'états d'équilibre ⁽¹⁾, il est possible, dans certains cas, de modifier progressivement les forces et les liaisons auxquelles est soumis le système, de manière qu'il passe de l'état 1 à l'état 2 en traversant une suite d'états intermédiaires qui, chacun, se rapprochent indéfiniment de l'un des termes de la suite des états d'équilibre, et que l'on puisse inversement modifier progressivement les forces et les liaisons qui font passer le système de l'état 2 à l'état 1, de manière que les états intermédiaires qu'il traverse se rapprochent eux aussi indéfiniment des états d'équilibre. Ceci posé, il n'y a aucune difficulté logique à concevoir que la quantité

$$e = \int \frac{dq}{T}$$

où T représente la température, dq la chaleur dégagée dans une modification infiniment petite, tende en valeur absolue vers une limite commune pour les deux séries de modifications inverses, qui font passer le système de l'état 1 à l'état 2 et de l'état 2 à l'état 1, à mesure que la suite des états intermédiaires qu'il traverse se rapproche de la suite des états d'équilibre; ni que cette valeur limite dépende seulement de l'état initial et de l'état final du système. La logique n'interdit pas de faire correspondre à chaque état du système une grandeur S telle que la valeur limite de e soit égale à

$$S_1 - S_2$$

quand 1 et 2 sont les états extrêmes entre lesquels on considère la modification du système. Et l'on peut concevoir que cette grandeur, nommée entropie par Clausius, joue un rôle essentiel dans les conditions de l'équilibre. En somme, l'énoncé du principe de Carnot nous oblige seulement à concevoir, comme *terme de comparaison*, une suite d'états d'équilibre et l'existence d'une valeur limite de la grandeur e . Ces notions ne présentent aucune difficulté essentielle, quoique les physiciens, en appliquant d'abord le principe de Carnot à une « modification réversible », sacrifient souvent la rigueur logique à la simplicité de l'exposition et se préoccupent peu d'éviter dans le langage une contradiction qui n'est point dans la pensée.

⁽¹⁾ V. la définition très claire de M. Duhem dans *Thermodynamique et chimie*, p. 75 et suiv.

La conclusion générale de notre étude peut se formuler en quelques mots : les notions abstraites de la science résument un ensemble de lois et préparent l'énoncé de lois nouvelles en définissant les termes que celles-ci rattacheront les uns aux autres. Nous leur attribuons une signification objective. Pour établir notre thèse par la méthode la plus positive et la plus directe, nous devons, après avoir discuté les arguments du nominalisme, expliquer le mécanisme du raisonnement par lequel on démontre l'existence de ces lois, éprouver la solidité de toutes ses pièces, apprécier la valeur de son principe.

Il nous faut, en un mot, reprendre après bien d'autres l'étude de l'induction.

CHAPITRE II

L'induction et le calcul des probabilités.

Les logiciens modernes ont bien compris quel était l'objet de l'induction. « Elle ne cherche pas exclusivement à atteindre, dit M. Hamelin, des rapports de causalité, mais toutes sortes de rapports plus intimes et plus instructifs que ceux qui se voient immédiatement. La seconde loi de Képler est l'exemple fameux d'une induction aboutissant à une figure » ⁽¹⁾. La notion de la cause reste obscure, et c'est pour la philosophie un problème fort délicat que d'en préciser le sens. Aussi la science positive, qui ne saurait s'attarder à de tels problèmes, trouve-t-elle avantage à se débarrasser délibérément de ce concept. La mécanique, par exemple, comme nous l'avons vu dans un précédent chapitre, n'a pas besoin de considérer la force comme une puissance exécutrice. Il lui suffit de définir la forme de chaque mouvement, le rapport des espaces ou des vitesses au temps, et les relations qu'elle obtient ne peuvent sans abus de mots passer pour des relations causales. D'une façon générale, Renouvier remarque avec raison que par l'emploi de la méthode des variations concomitantes « on s'élève au-dessus de la recherche souvent équivoque et obscure du rapport de causalité entre les phénomènes coexistants ou successifs. Causes ou non, effets ou non, il s'agit de déterminer comment et selon quelles mesures les uns dépendent des autres et affectent des valeurs correspondantes aux valeurs des autres. Ce mode général de dépendance exprime ce que nous connaissons réellement de la nature, là surtout où le genre des problèmes et l'état avancé de l'investigation rendent applicables la mesure et le calcul. La substitution de l'idée de fonction à l'idée de cause est le caractère de la physique moderne, encore trop peu connu des logiciens » ⁽²⁾.

⁽¹⁾ Hamelin, *Sur l'induction. Année philosophique*, 1899, p. 40.

⁽²⁾ Renouvier, *Essais de crit. gén. Log. gén.*, t. II, p. 229.

Nous pouvons donc adopter la définition que M. Lachelier a donnée de l'induction : c'est une opération par laquelle nous passons de la connaissance des faits à celle des lois qui les régissent ⁽¹⁾. Quant aux lois, elles expriment un rapport de dépendance entre deux faits ou deux propriétés d'un même objet. Enfin dans les sciences les plus précises, comme la physique, un système se définit toujours au moyen d'un certain nombre de paramètres, que l'expérience atteint et que l'on peut mesurer directement ou indirectement. Alors les lois nous font connaître comment ces paramètres varient en fonction les uns des autres. Ce sont des relations fonctionnelles.

Il y a donc deux étapes dans la découverte complète d'une loi ; et, en vue d'une critique de l'induction, il importe de distinguer son expression *qualitative* et son expression *quantitative*. On aperçoit d'abord que les variations de deux phénomènes se correspondent régulièrement et que, par conséquent, ils tiennent essentiellement l'un à l'autre. Ensuite, si l'on est capable de les mesurer assez rigoureusement, on tâche de déterminer la forme de la fonction qui représente leur rapport et la valeur des coefficients constants qu'elle contient. On connaît alors la *loi mathématique*. Ces deux recherches sont nettement distinctes l'une de l'autre, et il arrive souvent que la première seule peut être entreprise, si la complexité des faits ou celle de la fonction représentative ou enfin la difficulté de la mesure interdisent la seconde. La physique elle-même se voit souvent obligée de se borner aux énoncés qualitatifs. La loi des phases en offre un exemple intéressant. Voici comment elle se formule pour les systèmes univariants : « A une température donnée, la pression pour laquelle le système est en équilibre a une valeur entièrement déterminée que l'on nomme tension de transformation à la température considérée. La composition et la densité de chacune des phases qui forment le système en équilibre sont également déterminées. Comme la tension de transformation, elles ne dépendent pas des masses des composants indépendants qui constituent le système » ⁽²⁾. Enfin les sciences dites morales ne peuvent guère aujourd'hui avoir d'autre ambition que de saisir des relations qualitatives. En psychologie, la tentative des psycho-physiciens pour faire pénétrer la mesure dans le domaine de la vie consciente n'a pas donné de résultats bien appréciables. Et les sciences

⁽¹⁾ Lachelier, *Du fondement de l'induction*, p. 3.

⁽²⁾ Duhem, *Thermodynamique et chimie*, p. 164.

sociales, si elles aperçoivent souvent comment certains faits s'enchaînent, s'associent ou s'opposent, croissent ou décroissent simultanément, ne parviennent jamais à donner de leurs rapports une expression mathématique. L'exemple suivant marque bien les limites de leur compétence. « Que l'on classe les départements, dit M. Levasseur, d'après la valeur vénale de la propriété foncière non bâtie, d'après le rapport du nombre de cotes foncières de la propriété bâtie avec le nombre des habitants, d'après le chiffre des contributions, on voit que la natalité et la richesse paraissent partout *s'opposer* l'une à l'autre. On ne saurait faire de cette opposition une loi rigoureuse, ni *en calculer le rapport*; mais elle est manifeste dans l'ensemble » (1).

La distinction que nous venons de faire, si simple qu'elle soit, a presque toujours été négligée par les logiciens. Elle nous paraît avoir cependant une importance capitale dans le problème de l'induction. Tandis que les lois qualitatives forment en effet la partie vraiment solide de notre connaissance de la nature, c'est en songeant sans doute aux relations mathématiques que l'on a pu dire : toutes les lois de la physique sont à reviser. Tandis que les premières résultent d'un raisonnement de probabilité dont nous éprouverons tout à l'heure la force démonstrative, les secondes ne s'appuient sur aucun fondement logique rigoureux et sont la conséquence d'une interpolation hasardeuse, par laquelle on choisit, dans un problème indéterminé, une solution que rien n'impose. Il est donc impossible d'étudier en commun les opérations inductives qui conduisent à ces deux sortes de lois, puisqu'elles n'ont ni le même caractère, ni le même degré de certitude.

Remarquons enfin, pour achever de préciser l'objet de notre étude, que le problème de l'induction se présente sous deux aspects : l'un *philosophique*, l'autre *technique*, et qu'il importe de les distinguer et de marquer la portée de chacun d'eux pour éviter plus d'un malentendu. Les philosophes cherchent en général le fondement de l'induction. Ils étudient le raisonnement inductif dans sa forme, ils en définissent les règles sans se préoccuper beaucoup des difficultés d'application qu'elles rencontrent dans chaque ordre de recherches, ni des précautions à prendre pour éviter les pièges que la nature nous tend quelquefois. En effet, dans les exemples les plus simples et les moins hasardeux d'induction, il y a déjà un problème qui se pose : l'esprit conclut du

(1) Levasseur, *Population française*, t. III, p. 177.

fait à la loi, mais, comme ces deux termes ne sont pas identiques et que le second déborde le premier, il faut se demander s'il est autorisé à le faire. Quand l'esprit s'élève de la connaissance des rapports empiriques à l'affirmation des rapports nécessaires obéit-il à des motifs rationnels? Ou bien nos jugements ne sont-ils que l'expression de nos habitudes mentales, et la nécessité que nous leur attribuons n'est-elle que l'indice de la force de ces habitudes? Il importe de le savoir. Si nous confondions toujours une nécessité subjective avec une nécessité objective, la science de la nature ne serait plus qu'une illusion. C'est la thèse de Hume que devraient reprendre, semble-t-il, les nominalistes modernes pour établir que les lois ne sont que des relations symboliques et qu'il faut leur assigner pour but l'économie de la pensée, mais non pas la connaissance plus intime des choses.

Mais les nominalistes modernes n'ont accordé que peu d'attention à la théorie formelle de l'induction. Pour eux, en effet, et ils sont d'accord sur ce point avec beaucoup de physiciens, les dissertations des logiciens n'ont qu'une valeur académique. Les logiciens, dans leurs analyses, représentent souvent les phénomènes antécédents et les phénomènes conséquents par des groupes de lettres, majuscules et minuscules. Mais ce procédé un peu naïf ne montre-t-il pas la vanité de leurs discussions? Si les faits étaient, comme le sont les lettres, distincts les uns des autres et définis sans ambiguïté, la loi sauterait sans doute aux yeux et il serait à peine besoin d'expliquer comment on la démontre. Mais c'est au contraire parce que les faits s'enchevêtrent et empiètent les uns sur les autres, parce qu'ils se dissimulent ou se dérobent à l'analyse, que la recherche expérimentale rencontre des difficultés souvent irrémédiables et qu'elle reste exposée, en dépit de toutes les précautions, à un très grand nombre d'erreurs. Personne ne soutiendra sérieusement que les méthodes de Stuart Mill consciencieusement appliquées nous mettent en garde contre elles; et après s'être convaincu, avec M. Lachelier, que l'induction a un fondement solide dans les principes de la raison, le physicien n'en commettra pas une de moins. Il faudrait en un mot se placer dans des conditions d'une simplicité toute théorique pour faire usage de l'instrument que construisent les logiciens et dont ils vérifient avec tant de soin les pièces essentielles : celui-ci se dérègle au contraire dès qu'on l'applique à l'étude de la réalité. Par conséquent la théorie formelle de l'induction et la discussion de son fondement ne nous apprennent rien sur la valeur objective des lois de la physique.

Nous ne saurions, quant à nous, souscrire à cette conclusion dédaigneuse. La discussion philosophique peut nous apprendre du moins qu'une cause d'erreur systématique, résultant de la nature même du raisonnement par lequel on les démontre, ne préside pas à l'énoncé de toutes les lois de la physique. Quant aux difficultés qui proviennent de la complexité des phénomènes, de leur confusion, de leur enchevêtrement, leur importance varie singulièrement d'une question à une autre. Elles diminuent avec les progrès de la technique expérimentale. Et pour en apprécier la valeur, il faut envisager chaque espèce. Les erreurs qu'elles provoquent ont un caractère accidentel, et elles ne suffisent pas à justifier un scepticisme absolu et universel. Mais on répliquera peut-être que des causes accidentelles d'erreur, qui se répètent ou qui restent toujours à craindre, jouent en fin de compte le même rôle qu'une cause systématique et entraînent la même suspicion légitime. Qu'importe en un mot que l'induction soit rigoureuse en droit, si elle est incertaine en fait?

Il nous faut donc présenter notre dernier argument. A considérer seulement les lois appelées plus haut qualitatives, nous ne croyons pas qu'en *fait* les vraies méthodes d'induction, pratiquées d'instinct par les physiciens, puissent conduire jamais à des conclusions tout à fait fausses. Et l'on serait en peine de trouver dans toute l'histoire de la physique l'exemple d'un rapport contingent confondu, malgré une observation consciencieuse, avec un rapport nécessaire. Sans doute il faut souvent corriger, étendre ou restreindre l'énoncé d'une loi, mais jamais la biffer.

L'expression que le physicien trouve de la loi n'est pas de prime abord irréprochable. On comprend, d'ailleurs, aisément pourquoi. Les faits sur lesquels porte l'observation sont confus; et ils ne deviennent clairs que dans la mesure où l'on peut ramener à des lois leurs rapports internes. Mais cette réduction ne se fait que progressivement. Dans l'intervalle, ils restent mal définis et, tant qu'on n'a pas poussé assez loin leur analyse, leur obscurité risque de s'étendre aux lois dont ils constituent les termes. Le physicien, en un mot, aperçoit souvent une loi avant de distinguer clairement la nature exacte des faits qu'elle relie. Il la reconnaît à un signe à peu près certain; mais il ne peut d'abord en déterminer l'exacte étendue, faute d'avoir déterminé tous les caractères spécifiques des faits qu'elle embrasse. Nous concédons au nominalisme, qu'en raison de l'étroite connexion des choses entre elles, aucune partie de la science ne peut s'achever avant que toutes les autres ne soient achevées; et que, par conséquent, il subsiste toujours quel-

que ambiguïté dans l'énoncé d'une loi. Mais nous ne croyons pas que la science soit la poursuite d'une ombre. Ses recherches ont un objet, parce que l'observation nous découvre dans chaque catégorie de faits un ordre de dépendance nécessaire, dont nous reconnaissons l'existence, bien avant que nous ne puissions complètement le définir. C'est à la théorie de l'induction que nous demanderons la justification de cette croyance. Cette théorie n'apporterait-elle aucun autre résultat, qu'elle nous empêcherait du moins de considérer comme artificielles les méthodes générales de la science et nous mettrait en garde contre les exagérations du nominalisme radical.

Nous avons dit que la rigueur du raisonnement inductif variait avec chaque classe de problèmes. Essayons de préciser cette idée. L'induction consiste, suivant le langage de Kant, à transformer un « jugement de perception » en un « jugement d'expérience ». Elle a pour prémisses les faits d'observation et pour conclusion l'affirmation d'une loi. Or, comme la loi exprime un rapport plus interne que ne le sont les rapports empiriques, on ne peut espérer en obtenir une démonstration analytique. « Il n'y eut jamais au monde de recherche plus vaine que celle d'un mode d'induction où l'inférence serait à la fois certaine ou légitime, rigoureusement parlant, et où le sujet total auquel l'inférence étend le prédicat représenterait quelque chose de plus que la simple énumération des sujets partiels qui possèdent ce prédicat par hypothèse » (1). Seule l'induction Aristotélicienne, qui repose sur l'énoncé complet de tous les cas, peut prétendre à cette certitude logique. Elle n'est d'ailleurs, de toute évidence, qu'un raisonnement stérile et ne peut guère servir qu'à mieux faire comprendre, par opposition, le véritable caractère de l'induction scientifique.

Celle-ci réalise un véritable progrès de connaissance, parce que la loi, au lieu d'être le simple résumé, le tableau synoptique de toutes les observations, dépasse le fait. Mais comment l'esprit peut-il s'avancer d'une relation plus superficielle, qui lui est donnée par l'expérience, à une autre plus interne, dont il doit construire l'idée, et quelle est la nature de la preuve qui l'autorise à conclure de la première à la seconde?

Pour être absolument décisive, cette preuve devrait résulter d'une sorte d'*examen dialectique*, au moyen duquel l'esprit, discutant tour à tour toutes les suppositions possibles sur le caractère

(1) Renouvier, *Essais de crit. gén. Log. gén.*, II, p. 208.

de la relation la plus interne et comparant leurs conséquences à l'expérience, serait conduit à les rejeter toutes à l'exception d'une seule. Alors il s'attacherait en toute confiance à celle-ci. Bien entendu, une méthode aussi parfaite ne peut jamais être pratiquée. Nous ne sommes jamais assurés, en effet, d'avoir épuisé la liste de toutes les hypothèses. Les sceptiques auront même le droit de soutenir, sans qu'on puisse leur opposer aucune raison péremptoire, que notre esprit débile ne se forme jamais l'idée adéquate, qui seule éclairerait tous les faits, et qu'il ne conçoit jamais la nature essentielle des choses dont résultent leurs rapports apparents. Néanmoins, il faut distinguer plusieurs cas. S'il est question des théories complexes de la physique ou de la mécanique, nous avons très nettement conscience que nous pourrions modifier de mille manières leur structure, substituer d'autres principes à leurs principes, sans qu'elles cessassent de coordonner clairement les résultats expérimentaux. Il y a donc dans le choix de la théorie définitive une ambiguïté invincible. Et jamais nous ne sommes certains de tenir la bonne. Nous préférons l'une à l'autre pour des raisons d'élégance ou de commodité, qui n'ont pas de valeur absolue. Il en est de même quand nous déterminons la loi mathématique d'un phénomène, au moyen d'une interpolation incertaine, qui consiste à choisir la solution la plus simple dans un problème indéterminé et qui en comporte une infinité d'autres. Mais, si nous sommes frappés par les variations concomitantes de deux phénomènes et nous demandons modestement quelle est la signification de cette correspondance qui se manifeste entre leurs changements, il ne semble pas que nous puissions faire à ce sujet un grand nombre d'hypothèses; et nous avons vite épuisé tout au moins celles que l'esprit est capable de se former. Nous pouvons supposer ou bien que cette correspondance est accidentelle, ou qu'elle témoigne d'un ordre de dépendance nécessaire. Nous n'avons guère à choisir qu'entre ces deux conclusions opposées. Et l'examen de leur probabilité respective détermine vite notre conviction. En outre et d'une façon plus générale, quand nous cherchons à nous expliquer l'ordre que nous découvrons la nature, nous sommes toujours conduits, *par toutes les voies que l'esprit peut prendre*, à postuler l'existence de lois bien déterminées et universelles. En somme, il est deux choses que nous ne pouvons pas mettre en doute : d'abord l'objectivité du concept même de la loi, et ensuite la vérité de nos lois qualitatives.

* * *

I. *L'induction et le calcul des probabilités.* — Quand on examine de près la forme du raisonnement inductif, on aperçoit sans peine qu'il consiste essentiellement dans l'examen des probabilités respectives de toutes les hypothèses que l'esprit peut concevoir. Les logiciens modernes l'ont signalé plus d'une fois avant nous. Mais Cournot a le mérite d'avoir le premier nettement marqué ce caractère. Il a compris, dit M. Hamelin, « que le nerf, la raison, le moyen terme de l'induction est dans certaines considérations de probabilité, dans l'impossibilité morale de mettre au compte du hasard certaines concordances significatives » ⁽¹⁾. On a dit plus récemment : « Toutes les fois que le physicien raisonne par induction, il fait plus ou moins consciemment usage du calcul des probabilités » ⁽²⁾. Mais ce calcul a été souvent l'objet de suspicions légitimes et la notion du hasard, qui en est la base, présente un caractère si fuyant qu'elle se dérobe à tous les efforts de l'analyse. N'est-il donc pas à craindre que sa critique ébranle le principe du raisonnement inductif, qui certainement fait fond sur elle? On pourrait remarquer, par exemple, que la définition qu'en donne Cournot est bien contestable et qu'elle compromet sa théorie de l'induction.

Faudra-t-il donc considérer celle-ci, de même qu'on est bien obligé de le faire pour certaines formes du calcul des probabilités, comme une opération tout empirique qui, en fait, réussit souvent, mais dont le succès pratique reste une énigme, parce qu'on ne lui découvre aucun fondement rationnel? Nous croyons que l'on peut échapper à ces conclusions sceptiques et, puisque la notion du hasard brouille toutes les questions qu'elle domine, nous essaierons de montrer que l'induction reste claire, parce qu'elle ne fait plus de cette notion qu'un usage *négatif*. Mais, pour établir qu'elle occupe bien une situation privilégiée parmi tous les problèmes de probabilité, nous avons besoin d'abord de classer ces problèmes.

Considérons un nombre p de symboles. Combinons-les de toutes les façons possibles en groupes de m éléments différant entre eux par la nature ou l'ordre des éléments, en nous réservant d'ailleurs la faculté de répéter un même symbole jusqu'à m fois. Soit l'un

⁽¹⁾ Hamelin, *op. cit.*, p. 45.

⁽²⁾ Poincaré, *La science et l'hypothèse*, p. 124.

quelconque de ces groupes, et soit m' le nombre de fois que l'un quelconque de ces symboles y est contenu.

Appelons *écart absolu*, pour le symbole choisi, la différence positive ou négative :

$$\left| \frac{m}{p} - m' \right|$$

écart relatif, cette même différence divisée par m . Classons ensemble tous les groupes où l'écart relatif est inférieur à un nombre quelconque e et, par une simple définition nominale, appelons « probabilité que la limite d'écart e ne sera pas atteinte » la fraction qui a pour dénominateur le nombre de tous les groupes possibles et pour numérateur le nombre de tous les groupes où l'écart est inférieur à e . On obtient facilement l'intuition qu'à mesure que le nombre des éléments combinés augmente sans cesse, la proportion des groupes où le nombre relatif des symboles d'une même espèce se rapproche de $\frac{1}{p}$ croit elle aussi. Et l'expression mathématique de cette loi se trouve formulée dans le fameux théorème de J. Bernouilli : pour une probabilité donnée, l'écart relatif décroît comme la racine carrée du nombre m des éléments combinés, ou, si l'on veut, l'écart absolu croit comme la racine carrée de ce nombre.

Ainsi présentée, la notion de la probabilité n'a plus rien de mystérieux. Mais aussi elle ne conserve qu'une signification nominale. Les problèmes infiniment variés auxquels elle donne lieu apparaissent comme une branche de l'analyse combinatoire. En un mot, en nous servant de l'utile distinction qu'a faite M. Bouasse ⁽¹⁾ entre les sciences de *formes* et les sciences de *choses*, nous reconnaitrons que le calcul des probabilités, quand on s'applique à définir rigoureusement ses principes, se réduit, comme il arrive souvent, à une science toute formelle.

Des applications à la nature seront-elles légitimes? Observerons-nous des phénomènes qui se plieront à la loi des grands nombres? Pouvons-nous dire *à priori* dans quelles conditions? C'est ici seulement que la difficulté commence et que se marque le caractère insaisissable de la probabilité.

Pour Laplace : « La probabilité est relative en partie à notre ignorance, en partie à nos connaissances. Nous savons que, sur

(1) Bouasse, *De l'application des sciences mathématiques aux sciences expérimentales*, Rev. de mét. et de morale, janvier 1899.

trois ou un plus grand nombre d'événements, un seul doit arriver ; mais rien ne nous porte à croire que l'un d'eux arrivera plutôt que les autres. Dans cet état d'indécision, il nous est impossible de prononcer avec certitude sur leur arrivée. Il est cependant probable qu'un de ces événements, pris à volonté, n'arrivera pas, parce que nous voyons plusieurs cas également possibles qui excluent son existence, tandis qu'un seul la favorise » ⁽¹⁾. Sont réputés en un mot également probables, les événements « tels que nous soyons également indécis sur leur existence ». La probabilité ainsi comprise n'est plus qu'une « simple mesure de l'attente » ⁽²⁾. *Son calcul peut tout au plus servir à régler des paris.* Et encore qui voudrait aux courses, quand le champ comprend dix chevaux, accepter l'un d'eux qu'il ne connaît pas à dix contre un ? Le calcul, fondé en partie sur notre ignorance, en partie sur nos connaissances, nous conduirait à des résultats singuliers que dément la plus simple expérience. On trouverait que si, en jetant une pièce de monnaie en l'air, il tourne pile une première fois, l'on a deux chances sur trois qu'il tournera pile à une seconde épreuve. Ou bien, en conduisant autrement le calcul, si une femme conçoit à ses premières couches un enfant du sexe masculin, on doit parier cinq contre un que son second enfant sera un garçon ! Si la science des probabilités n'avait d'autre base, elle mériterait bien le nom qu'on lui a donné de « calcul des illusions ».

Cournot ne peut admettre l'opinion de Hume « qu'il n'y a point de hasard à proprement parler, mais qu'il y a son équivalent : l'ignorance où nous sommes des vraies causes des événements ». La probabilité a, selon lui, un fondement véritablement objectif. Il est des phénomènes qui sont bien le produit du hasard et qui apparaîtraient encore comme fortuits à une intelligence infinie, embrassant dans son ensemble l'évolution de la nature.

Ce sont ceux qui se rencontrent au point de croisement de deux ou plusieurs séries de causes indépendantes. En effet, « c'est un principe de sens commun qu'il y a des séries de phénomènes solidaires ou dépendant les uns des autres et d'autres séries qui se développent parallèlement ou successivement, sans qu'il y ait entre elles aucune dépendance, aucun lien de solidarité » ⁽³⁾. Malgré l'opinion de certains philosophes qui professent que tout tient à tout, « personne ne pensera qu'en frappant la terre du

⁽¹⁾ Laplace, *Théorie analytique de la probabilité* (Oeuvres, t. VII, *Introd.*, p. VIII).

⁽²⁾ Renouvier, *Essais de crit. générale, Premier essai*, t. II, p. 425.

⁽³⁾ Cournot, *Exposition de la théorie des chances et des probabilités*, p. 73.

pied, il ébranle le système des satellites de Jupiter ». S'il y a encore une solidarité entre des phénomènes si éloignés, elle ne se manifeste par aucun signe sensible.

Cette notion de l'indépendance des séries de causes introduite par Cournot pour concilier le déterminisme et le hasard n'est pas aussi claire qu'elle le paraît à première vue. Nous ne discuterons pas ici les exemples paradoxaux qu'il emprunte pour la définir et l'illustrer à certains faits mathématiques; il étend, en effet, l'application de la loi des grands nombres à la répartition des chiffres dans l'expression décimale indéfinie du nombre incommensurable π , parce qu'« il n'y a nulle solidarité, nulle dépendance rationnelle entre l'échelle de la numération décimale et la grandeur qu'il s'agit de mesurer ». Si Cournot s'est complètement trompé sur ce point, comme le croit M. Renouvier ⁽¹⁾, l'idée de l'indépendance des causes reprend peut-être une signification correcte quand on l'applique aux faits physiques. Voyons du moins si elle peut fonder le calcul des probabilités.

Pour la commodité de la discussion, choisissons un exemple très simple. Imaginons un grand nombre d'aiguilles qui se meuvent sur un cadran avec les vitesses les plus diverses et qu'aucune loi ne relie. Notons les points où chacune d'elles croise les autres. Ces points nous offrent exactement l'image de ces « événements amenés par la rencontre de phénomènes qui appartiennent à des séries indépendantes dans l'ordre de la causalité ». Comment vont-ils se distribuer? Cette distribution dépendra des vitesses angulaires relatives des aiguilles et de leurs positions réciproques à l'instant initial. Imaginons une combinaison quelconque de ces vitesses. Alors les positions initiales déterminent entièrement la distribution. Pourquoi croirons-nous *à priori* que celle-ci doit être à peu près homogène? Parce que le nombre relatif des conditions initiales qui donneraient lieu à une pareille distribution est très grand et que nous n'avons aucune raison de supposer que, parmi toutes les conditions possibles, l'une a été réalisée plutôt que les autres. Ici encore, la probabilité est relative à notre ignorance. Et nous n'avons pas fait un pas. D'ailleurs, notre exemple montre bien la vanité de recourir à cette notion des causes indépendantes. La répartition des événements résulte entièrement des conditions initiales (vitesses et positions des aiguilles dans notre exemple). Mais alors c'est à la distribution de ces conditions initiales qu'il faut appliquer l'idée du hasard et la loi des grands nombres.

(1) Renouvier, *Essais de critique générale*, Premier essai, t. II, p. 431.

Comment, du reste, justifiera-t-on cette application? En disant sans doute que les termes premiers des séries de causes n'ont aucun lien de solidarité. Mais ne voit-on pas que cette expression restera toute verbale, si l'on n'entend par là que la distribution de ces termes vérifie la loi des grands nombres? La loi des grands nombres fournit tout le contenu positif de la notion d'indépendance, bien loin que cette idée puisse servir de base à la démonstration de cette loi ⁽¹⁾.

La théorie de M. Renouvier est beaucoup plus catégorique. L'existence d'événements également probables n'a de sens que dans l'hypothèse de la contingence des événements futurs. Probabilité implique liberté. A quelle condition un événement est-il véritablement fortuit? « Il faut, suivant l'opinion commune et spontanée des hommes, qu'un ou plusieurs des faits concourants indispensables, appelés causes, soient de nature à n'être pas déterminés d'avance, et par suite prévus, de quelque étendue d'intelligence ou de renseignements que l'on dispose pour cela. La volonté humaine, ou liberté, appliquée à des mouvements tels que ceux qui décident d'un tirage au sort, a toujours paru le type de ces sortes de faits ou causes, et c'est pourquoi un tel tirage a été pris aussi pour le type d'application d'un calcul qui suppose l'existence anticipée de possibles également possibles : le calcul des chances » ⁽²⁾. Mais n'est-ce pas un paradoxe que de prétendre déduire *a priori* de l'hypothèse de la contingence la loi de distribution des événements? Quoique la théorie de Renouvier nous apparaisse comme la moins inintelligible, nous avouons que son argumentation ne nous convainc pas. Il suppose que l'absolue indétermination des futurs contingents crée entre eux une sorte d'équation parce que rien, par hypothèse, ne favorise plus particulièrement l'existence de l'un d'entre eux. Mais ce raisonnement n'enveloppe-t-il pas un sophisme? Et la vérité n'est-elle pas qu'aucun concept défini, aucun terme de mesure ne peut s'appliquer aux événements indéterminés; qu'il convient aussi peu de leur attribuer une égale qu'une inégale possibilité, parce que justement, en tant que tels, ils se dérobent à la pensée, et qu'on ne peut rien affirmer de positif qui soit adéquat à leur caractère? Si bien que l'espèce de dilemme que l'on présente ne vaut pas, parce que la tendance à l'être d'un futur contingent ne se prête

⁽¹⁾ Pour la critique détaillée des idées de Cournot, nous renvoyons le lecteur à notre ouvrage : *Le concept du hasard dans la philosophie de Cournot*.

⁽²⁾ Renouvier, *op. cit.*, p. 439.

pas à la mesure; elle n'est ni égale à celle d'un autre possible, ni plus grande, ni plus petite, et il ne suffit pas pour introduire l'une de ces hypothèses de rejeter les autres. En un mot le concept de l'indétermination réelle des causes ne peut étayer aucune démonstration *a priori* de la loi des grands nombres. Par cela même qu'il est négatif, il n'autorise pas à rien conclure.

Tous les auteurs essaient de déduire l'égale probabilité des événements de leur égale indétermination. Mais pour Laplace cette indétermination n'est que dans l'esprit; alors le calcul des chances n'a plus, selon l'expression de Cournot, qu'une valeur subjective. Dans la théorie de Renouvier, elle affecte les actes eux-mêmes. Mais alors comment espérer qu'elle pourra donner prise à la pensée et à la mesure? Cournot, qui veut concilier le déterminisme avec l'existence d'une probabilité objective, ne parvient pas à écarter toute ambiguïté de sa définition des causes indépendantes: en le pressant un peu, on retombe sur l'interprétation de Laplace ou sur celle de Renouvier.

Il convient de ne point dissimuler le caractère décevant de cette notion de la probabilité, dont la théorie de l'induction ne peut pourtant point se passer. Nous dirons plus loin quel usage légitime on en peut faire. Mais il semble presque impossible de justifier *a priori* l'application de la loi des grands nombres aux événements de la nature. Et l'on ne parvient à dissiper toute obscurité dans la théorie des chances qu'à la condition de la présenter comme une science formelle. Mais, lorsque le mathématicien a construit des moules, l'expérience montre souvent que les phénomènes peuvent s'y couler. En fait, la loi des écarts se trouve vérifiée dans un grand nombre de cas. L'observation et la discussion de ces derniers donne naissance à une nouvelle branche de la science des probabilités: la science des probabilités *a posteriori*. Voyons quels problèmes se posent à elle, et si l'expérience pourra nous donner une connaissance objective de ces lois du hasard, que le raisonnement pur était incapable d'établir.

Supposons qu'une longue série d'épreuves fasse apparaître tantôt l'événement A, tantôt les événements B, C, etc...; représentons par n le nombre des événements A en m épreuves; et admettons que l'on puisse trouver un nombre p tel que la différence

$$\left| p - \frac{n}{m} \right|$$

diminue sensiblement comme la racine carrée du nombre des

épreuves. On conclut, en général, en s'appuyant sur le théorème de Bernouilli, que p est la probabilité de l'événement A.

Mais quel est le sens de cette affirmation? Evidemment on entend par là que la même loi d'écart continuerait à se manifester, si l'on poursuivait les observations. En d'autres termes, on fait une extrapolation. On constate d'abord qu'une certaine relation mathématique représente assez correctement la distribution des événements dans les limites des expériences effectuées; mais on dépasse aussitôt ces limites pour étendre la même relation à la série indéfinie des épreuves, dont on ne connaît que quelques termes. A un semblable raisonnement, qui n'est qu'une espèce de raisonnement par analogie, on ne saurait trouver aucun fondement logique. Il faut le considérer comme un procédé tout empirique, qui réussit quelquefois.

Mais on pourrait nous reprocher d'avoir, dans notre exposition, négligé la méthode la plus rationnelle qui puisse servir à déterminer les probabilités *a posteriori*; la plus rationnelle, parce qu'elle est fondée sur les lois mathématiques de la probabilité. Elle s'appuie sur une règle que Cournot attribue à Bayes (1) : « Les probabilités des causes ou des hypothèses sont proportionnelles aux probabilités que ces causes donnent pour les événements observés. La probabilité de l'une de ces causes ou hypothèses est une fraction qui a pour numérateur la probabilité de l'événement, par suite de cette cause, et pour dénominateur la somme de toutes les probabilités semblables relatives à toutes les causes ou hypothèses ». Imaginons que l'événement A se produise n fois en m épreuves. Nous ne connaissons pas les circonstances dans lesquelles se produit A, ou du moins nous ne pouvons pas les analyser assez complètement pour déterminer la probabilité qu'elles lui confèrent. Pour la découvrir empiriquement, nous ne négligerons aucune des hypothèses que l'on peut faire; toutes ces hypothèses possibles forment une chaîne continue dont chaque terme assigne à l'apparition de l'événement A une probabilité p dont la valeur est comprise entre 0 et 1. Soit P la probabilité que l'on trouve dans chaque hypothèse à la production, n fois répétée, de l'événement A en m épreuves. P sera une fonction de p qui atteindra son maximum pour

$$p = \frac{n}{m}$$

et diminuera d'autant plus que p s'éloignera davantage de cette

(1) Bayes, *Transactions philosophiques de 1763*, p. 370 (cité par Cournot).

valeur. Dans l'ignorance où nous sommes de la véritable hypothèse, *supposons qu'elles sont toutes a priori également probables*. Alors, dans un grand nombre d'expériences, qui, chacune, amèneraient n fois A en m épreuves, la proportion des expériences où ce résultat serait produit par la cause assignant à l'événement A la probabilité p serait

$$\frac{P \, d \, p}{\int_0^1 P \, d \, p}$$

Par conséquent, la probabilité que la véritable hypothèse confère à l'apparition de A une probabilité comprise en p et $p + \Delta p$ sera :

$$\frac{\int_p^{p + \Delta p} P \, d \, p}{\int_0^1 P \, d \, p}$$

Telle est cette règle que l'on applique en général à tous les problèmes de probabilité *a posteriori*. Mais elle repose sur un postulat que nous avons souligné et auquel il est difficile de trouver un sens intelligible. Dans le calcul, les causes qui assigneraient à la probabilité de l'événement A toutes les valeurs comprises entre zéro et un sont réputées également probables. Mais cette hypothèse ne fait que traduire l'incertitude de notre esprit, notre ignorance de la véritable cause. Rien ne nous garantit qu'elle réponde aux conditions objectives de l'épreuve, et souvent les prévisions du calcul doivent être démenties par les faits. Des urnes renferment, chacune, des boules blanches et noires; chaque combinaison possible de blanches et de noires figure dans une urne et dans une seule. Supposons que l'on choisisse *au hasard* l'une de ces urnes, que l'on y puise ensuite et encore *au hasard* m boules, et admettons pour fixer les idées que l'on retire n blanches et $(m-n)$ noires. Alors on pourra correctement appliquer la règle de Bayes à la détermination probable de l'urne où s'est fait le tirage. Si au contraire nous ignorons comment le mélange des boules varie dans les urnes, dans quelles conditions s'est effectué d'abord le choix de l'urne, si nous savons seulement que l'épreuve a donné n blanches et $(m-n)$ noires, nous n'avons plus les éléments d'appréciation nécessaires pour justifier la règle. Elle peut servir

encore peut-être à fixer les enjeux dans un pari, elle ne nous fournit pas une probabilité objective. Appliquons-la par exemple au jeu de pile ou face. Une pièce, prise au hasard, est jetée en l'air. Trois hypothèses sont possibles *a priori* : que la pièce présente une figure des deux côtés; qu'elle en présente une d'un seul côté; qu'elle n'en présente d'aucun côté. Il tourne face. Ce résultat écarte la troisième hypothèse. Les deux premières restent possibles. La probabilité de ce résultat dans la première hypothèse est 1; elle est $\frac{1}{2}$ dans la seconde. Alors, d'après la règle de Bayes, la probabilité que la première hypothèse est vraie est égale à $\frac{2}{3}$. Mais cette conclusion est absurde ! Cependant on applique couramment cette règle. Si elle ne donne pas trop de mécomptes, c'est que dans le cas où le nombre des événements est très grand le résultat qu'elle fournit « ne diffère plus sensiblement de celui que donnerait le théorème de Bernoulli » (1). Mais, prise en elle-même, elle ne peut se justifier en raison.

Nous maintenons donc l'interprétation que nous proposons tout à l'heure. Le calcul d'une probabilité *a posteriori* est un exemple d'extrapolation. On observe une loi d'écart dans les épreuves passées; on l'étend aux épreuves à venir. Si en effet la définition de la probabilité se bornait à résumer les observations déjà faites, elle serait stérile. Il faut qu'elle permette de prévoir. Mais cette prévision est bien incertaine. Nous ne savons pas, en effet, si les conditions de l'épreuve ne vont pas changer. La proportion des lettres jetées à la poste sans suscription varie peu d'une année à une autre. Mais le nombre relatif des crimes ou des suicides, la probabilité du crime ou du suicide pour les habitants d'un même pays, change avec les conditions de la vie sociale; et les sociologues cherchent même, par l'analyse de ces variations, à déterminer les causes de ces faits. Ici donc on ne pourrait pas conclure du présent au futur. L'extrapolation ne réussirait pas.

En un mot, quand l'événement A se produit n fois en un très grand nombre m d'épreuves, on dit que le nombre $\frac{n}{m}$ représente sa probabilité. Mais une obscurité invincible s'étend sur la notion de la probabilité, et il est impossible de donner à cette expression un sens précis. Se sert-on de ce nombre pour résumer les observations passées ? Alors l'introduction du mot « probabilité » dans le discours n'ajoute rien aux faits connus. Affirme-t-on au contraire que ce nombre représentera encore exactement la distribu-

(1) Cournot, *op. cit.*, p. 166.

tion des événements dans une nouvelle série d'épreuves ? Rien ne prouve que l'expérience vérifiera notre prévision, car les conditions des épreuves pourraient changer. Et si l'on ajoute : pourvu que les conditions restent les mêmes, on ne fera qu'une restriction toute verbale. En effet, nous ne connaissons pas les conditions nécessaires et suffisantes de la distribution des événements, et si nous employons dans la détermination de la probabilité une méthode empirique, c'est sans doute que nous ne sommes point en état d'analyser les circonstances des phénomènes et de décider, par conséquent, dans quelle mesure elles doivent se maintenir pour que la même loi de répartition continue à se manifester.

On résout, dans l'étude des probabilités *à posteriori*, un troisième problème : celui de la probabilité des causes. En voici l'exemple le plus classique : la révolution de toutes les planètes autour du soleil s'accomplit dans le sens direct et il en est de même de leur mouvement de rotation et de celui du soleil. En outre, les inclinaisons de leurs orbites sur le plan de l'écliptique sont très petites et inférieures à 14° , si l'on excepte Pallas. La somme de toutes les inclinaisons dépasse à peine 82° .

On peut alors chercher la probabilité qu'une circonstance commune ait, dans la formation du système planétaire, déterminé le sens des mouvements orbitaux et circulaires ou rapproché de l'écliptique les plans d'orbite. Pour résoudre ce problème, on fait une sorte de *raisonnement par l'absurde* : on se place dans l'hypothèse où les causes générales qui auraient présidé à la formation du monde planétaire ayant laissé complètement indéterminés le sens des mouvements et la valeur des inclinaisons, des circonstances particulières à chaque astre et indépendantes en auraient décidé. L'on calcule alors les chances de la distribution actuelle. Leur extrême petitesse montre l'in vraisemblance de l'hypothèse proposée.

Ce problème mérite de retenir l'attention des logiciens. Parmi tous ceux auxquels le calcul des chances donne lieu, c'est certainement celui dont la solution entraîne la conviction la plus forte. Il est d'ailleurs facile de comprendre pourquoi. Nous avons montré avec insistance l'obscurité qui enveloppe la notion de la probabilité. Qu'est-ce qu'un événement fortuit ? Nous ne saurions le dire avec précision. Pourtant, notre ignorance sur ce point ne compromet pas, dans cette dernière classe de problèmes, la valeur de la solution. C'est qu'ici le calcul des probabilités n'est qu'un artifice de raisonnement. On n'accepte dans les prémisses l'idée d'une

répartition fortuite que pour mieux l'exclure dans la conclusion. Et l'idée du hasard ne figure dans notre argumentation qu'à titre d'hypothèse provisoire, qui sert justement à introduire l'hypothèse contraire : celle d'une cause commune dont l'influence se serait étendue à tous les phénomènes observés. C'est pourquoi toute obscurité se dissipe, du moins dans la conclusion que le calcul a préparée. Dans beaucoup de cas, d'ailleurs, l'évidence de cette dernière s'imposerait déjà au sens commun, avant tout calcul précis. Celui-ci nous fournit seulement un point de repère numérique. Mais il ne faudrait pas s'en exagérer la portée et croire que l'on peut avec exactitude mesurer la probabilité du jugement. Dans cette mesure, en effet, on appliquerait la règle de Bayes et nous avons vu plus haut sur quelles hypothèses arbitraires elle repose. Il reste que les phénomènes fortuits se distribuent suivant la loi des grands nombres; à mesure que la distribution des phénomènes observés s'écarte davantage de cette loi, nous avons une certitude plus grande qu'une cause commune a présidé à leur production. Nous savons que la certitude croît, mais il est toujours artificiel de prétendre mesurer cet accroissement.

Une dernière remarque est utile pour apprécier à sa juste valeur l'intérêt de ces calculs. Si, dans beaucoup des cas, nous pouvons conclure à l'existence d'une cause commune, sa nature nous échappe tout à fait. Aussi ne pouvons-nous connaître jusqu'où elle étend son influence, et notre ignorance rend très hasardeuses nos prévisions. Pourquoi, par exemple, les plans orbitaux des planètes et de leurs satellites se rapprochent-ils de l'écliptique? Pourquoi les mouvements orbitaux et axiaux des planètes, les mouvements circumplanétaires des satellites sont-ils directs? Rien ne nous garantit encore qu'on doive l'expliquer par l'hypothèse de Laplace. Aussi ne pouvons-nous affirmer *à priori* que cette règle ne comporte point d'exceptions. Nous ne sommes point assurés que de nouvelles observations ne viendront pas la démentir. Et, dans l'espèce, le progrès des découvertes astronomiques a révélé plus d'une anomalie dans le monde planétaire. C'est ainsi, par exemple, que le plan orbital des satellites d'Uranus est presque normal à l'écliptique; que le mouvement axial de cette planète, les mouvements de ses satellites sont rétrogrades. Par conséquent le calcul de la probabilité des causes permet bien d'interpréter les faits connus, mais non de prévoir les faits nouveaux et de leur étendre les résultats des observations déjà faites.

Si maintenant nous jetons un coup d'œil d'ensemble sur notre étude, nous nous apercevrons que la probabilité donne lieu à deux sortes de problèmes : ceux où l'on fait un usage positif et ceux où l'on fait un usage négatif de l'idée du hasard ; ceux où l'on détermine les lois d'une distribution fortuite et ceux, au contraire, où l'on exclut l'hypothèse d'une distribution fortuite en montrant que ses conséquences ne correspondent pas aux faits d'observation. La solution des premiers reste incertaine et leur énoncé même est obscur, puisqu'on ne peut sans paradoxe soumettre à une règle l'accident qui, par définition, s'y dérobe. Les seconds, à supposer même que l'accident n'ait aucune place dans le monde, conservent une signification très claire, puisque leur méthode ne fait appel à l'hypothèse du hasard, que pour mieux mettre en lumière, par opposition, les caractères d'une répartition réglée.

L'analyse du concept de la probabilité et des principaux problèmes qui en dépendent dans la théorie des chances nous prépare à l'étude de l'induction. Il s'en dégage une indication fort importante et qui nous évitera bien des discussions oiseuses. Quand on cherche, comme il est très opportun de le faire, le fondement de l'induction dans certaines considérations de probabilité, il faut bien se garder de subordonner sa théorie à une définition positive du hasard, dont le caractère, nécessairement arbitraire, compromettrait la solidité de toute conclusion. Nous pouvons d'ailleurs montrer aisément, par l'exemple de nos devanciers, que, dans sa partie légitime, l'application du calcul des chances au problème de l'induction n'implique jamais rien de tel.

Cournot, on le sait, définit le hasard par l'interférence de plusieurs séries indépendantes de causes. Voyons si sa théorie de l'induction fait vraiment usage de cette conception particulière. Elle peut se résumer en peu de mots : « Plus une loi nous paraît simple, dit-il lui-même, mieux elle nous semble satisfaire à la condition de relier systématiquement des faits épars, plus nous sommes portés à admettre que cette loi est douée de réalité objective, qu'elle n'est point simulée par l'effet d'un concours de causes qui, en agissant d'une manière indépendante sur chaque fait isolé, aurait donné lieu fortuitement à la coordination apparente » (1). Qu'une idée mette de l'ordre dans les choses, il deviendra probable qu'elle en exprime bien l'enchaînement ; car, dans l'hypothèse contraire, si elle n'avait pas un rapport essentiel avec

(1) Cournot, *Essai sur le fondement de nos connaissances*, I, p. 99.

elles, nous pourrions prévoir *à priori* que, selon toute vraisemblance, elle n'y introduirait que confusion. Sans doute; mais, dans cette argumentation, l'idée du hasard ne sert que de terme de comparaison. Nous n'avons pas besoin d'admettre qu'il existe réellement dans la nature des séries indépendantes de causes; puisque, justement, nous nous refusons à penser que la régularité de la loi soit imitée par le jeu capricieux du hasard, ou qu'une idée, étrangère à la nature des choses, suscite le mirage décevant d'un ordre qui n'est point impliqué en elles.

Mais peut-être croira-t-on qu'à présenter d'une autre manière les idées de Cournot, on s'apercevrait, au contraire, qu'il fait un usage positif du concept du hasard dans sa justification du raisonnement expérimental. Pour vérifier une loi générale, qui s'étend à un nombre infini de faits, nous ne pouvons choisir qu'un nombre limité de points de repère. Par exemple, nous éprouvons la loi de Mariotte en donnant successivement à la pression les valeurs de 1, 2, 3, 4... atmosphères. Mais toute la force démonstrative du raisonnement inductif réside dans cette idée que le choix des points de repère s'est fait réellement au hasard. Sinon rien ne nous garantirait que l'exactitude de la loi se vérifierait encore en dehors des faits privilégiés auxquels nous l'aurions comparée. Si, dans l'exemple de la loi de Mariotte, l'épreuve est décisive, c'est que, dit Cournot, « la raison n'aperçoit aucune liaison possible entre les causes qui, d'une part, font varier les volumes d'une masse gazeuse selon les pressions, et les circonstances qui, d'autre part, ont déterminé l'intensité de la pesanteur à la surface de la terre et les masses de la couche atmosphérique, d'où résulte la valeur du poids de l'atmosphère ou celle de la pression atmosphérique » (1). — Mais l'objection que l'on doit faire à Cournot saute aussitôt aux yeux. Nous n'apercevons aucune liaison. Mais, à la rigueur, rien ne prouve qu'il n'y en ait point. Et même une pareille démonstration ne peut jamais s'entreprendre, parce qu'elle supposerait une analyse absolument complète de tous les rapports impliqués dans la nature. L'indépendance qu'invoque Cournot entre la forme des phénomènes dont nous cherchons la loi et le choix des repères est, comme le hasard de Laplace, fondée sur notre ignorance. Et nous n'avons vraiment aucun moyen d'établir qu'elle conserverait un sens objectif aux yeux d'une intelligence assez puissante pour voir à plein l'ordre et l'enchaînement de toutes choses. On ne trouvera donc aucun avantage à faire sienne la

(1) Cournot, *Essai sur le fondement de nos connaissances*, t. I, p. 87.

théorie du hasard que propose Cournot. Fût-on assuré, en effet, qu'il y a réellement dans le monde des faits indépendants les uns des autres, qu'on serait encore incapable de reconnaître quels sont ces faits. Et c'est pourtant ce qu'il faudrait savoir, pour décider dans quel cas se justifie le raisonnement inductif.

En somme, la difficulté que Cournot cherche à réduire, en utilisant les ressources de son concept du hasard, reste à la rigueur insoluble. Un scepticisme radical pourrait s'en prévaloir. Nous n'observons jamais que certaines valeurs particulières des paramètres. Qu'un malin génie nous guide ironiquement dans leur choix, de telle sorte qu'elles vérifient par privilège spécial telle ou telle relation, nous érigerons celle-ci en loi et nous construirons une fausse science, quelle que soit notre théorie du hasard. Si, en un mot, la nature est « truquée » par le démon de Descartes, nous tomberons fatalement dans le piège. Sans doute une pareille présomption ne frappera pas beaucoup le sens commun. Et il est bien légitime de ne pas s'en embarrasser. Il suffit de reconnaître une fois pour toutes, que la science implique une part de croyance. L'esprit, dès qu'il commence à penser, se fait confiance à lui-même, et il suppose aussi que l'objet de son étude n'est pas rempli de chausse-trapes impossibles à éviter, quelques précautions qu'il puisse prendre. Mais supposez que l'on veuille à tout prix rattacher à une conception métaphysique la théorie de la certitude; plutôt que d'invoquer l'action obscure du hasard qui aurait fragmenté les choses en séries indépendantes, ne serait-il pas plus opportun de se confier, comme Descartes, à la loyauté de Dieu, qui ne peut vouloir nous tromper, et dont la sagesse, qui justement ne laisse rien *au hasard*, n'a point organisé le monde pour induire sans cesse en erreur l'esprit humain?

M. Hamelin pense, avec Cournot, que l'induction repose sur un raisonnement de probabilité; et que, pour bien en comprendre la forme et la portée, il convient d'abord de connaître la nature et la place du hasard. Mais il adopte contre Cournot la théorie de Renouvier. « S'il y a du hasard, et nous croyons quant à nous qu'il y en a, il n'est que la doublure d'actes contingents, accomplis par des êtres doués de conscience, en tant qu'ils en sont doués ». Voyons si cette définition éclaire véritablement le problème de l'induction. L'auteur fait une triple application de l'idée de la probabilité. — 1° « La suite de nos pensées, même quand elle veut être une représentation des choses, est à part des choses; de sorte que l'accord de notre pensée avec les choses serait un pur hasard dans le cas où cet accord ne s'expliquerait pas parce que

notre raison, de son côté, et, du sien, la nature auraient pris pour point de départ, dans leur marche, le même principe ». La partie incontestable de la conclusion (il est improbable que l'accord de la pensée avec les choses soit fortuit) n'exige pas une définition positive du hasard puisqu'on l'exclut. La seconde partie (la pensée et la nature ont pris pour point de départ le même principe) n'est pas démontrée tant qu'on n'a pas expliqué et justifié les motifs pour lesquels l'esprit choisit ses principes. Toute la question est là : ce choix est déterminé par des motifs, puisque la recherche de l'objectivité suppose un renoncement partiel à la liberté. Quelle est donc leur valeur ? Mais, en étudiant la portée des erreurs d'induction, M. Hamelin nous explique sa véritable pensée. — 2° Dans l'induction, on conclut des conséquences aux principes. La conclusion n'est pas absolument rigoureuse puisque le vrai peut quelquefois se déduire du faux. Cependant M. Hamelin suppose que les arrangements de faits, qui imitent en détail les conséquences d'un principe faux, « sont nécessairement rares dans la nature ». Or, cette affirmation résulte d'un nouvel appel, implicite celui-ci, à la probabilité. Mais, remarquons-le, la probabilité qu'on invoque maintenant, c'est la probabilité de Laplace, celle qui est fondée sur notre ignorance ; car si l'on admet que ces arrangements sont rares, c'est qu'on croit qu'ils ne représentent qu'une infime minorité parmi tous les arrangements possibles, et que nous n'avons *a priori* aucune raison de croire que, parmi ceux-ci, les uns ont le privilège de se réaliser plutôt que les autres. — 3° Ce point admis, M. Hamelin énonce sa conclusion : « Comment, dans l'indépendance de son esprit, irait-on se jeter, entre toutes, sur les apparences trompeuses que peut déployer la nature ? Cette rencontre fortuite est improbable ». En un mot, les erreurs d'induction ne sont que des accidents assez exceptionnels. Et l'on n'est pas en droit de les invoquer contre le principe général de l'induction. Ici, pour la première fois, on s'appuie directement sur l'hypothèse de la liberté. Malheureusement l'appui est fragile. Rien ne prouve que, dans certains cas du moins, l'esprit ne se jette pas systématiquement sur les apparences trompeuses que présente la nature. Bornons-nous à en donner un exemple. Nous montrerons plus loin que la croyance en la simplicité des lois naturelles repose sur une illusion. Or il est remarquable que, dans toutes les sciences, les premières lois découvertes aient toujours pu recevoir et qu'elles aient reçu une expression simple. C'est pourquoi d'ailleurs elles sont « à réviser ». Quelle est la cause de cette erreur générale d'induction ? C'est

qu'au moment où les moyens d'observation sont encore très imparfaits, seules les relations qui frappent l'esprit par une apparence de simplicité peuvent retenir son attention. On voit que, malgré sa liberté, l'esprit peut être attiré par le prestige d'un ordre illusoire. Pour résumer notre critique, l'esprit qui raisonne par induction est déterminé par des motifs à formuler une loi. C'est donc l'analyse de ces motifs, et non l'affirmation de sa liberté, qui peut servir à justifier ses conclusions.

Pour nous, nous le répétons, le problème de l'induction se rapproche beaucoup de celui de la probabilité des causes. L'hypothèse du hasard n'y joue qu'un rôle provisoire; et, comme justement il s'agit de l'exclure, point n'est besoin d'expliquer jusqu'au bout la nature et les conditions d'une distribution fortuite. Il faut d'ailleurs se féliciter que la théorie de l'induction n'exige pas une définition achevée. Car jamais on ne parviendra à éclairer tout à fait le caractère de l'accident irrationnel.

Considérant ce premier résultat comme acquis, nous devons nous proposer maintenant d'évaluer l'exakte portée et le degré de certitude de chacune des principales opérations inductives; mais, pour y parvenir, nous serons obligé de les distinguer soigneusement les unes des autres. A ce sujet il importe au plus haut point de rappeler que, si nous découvrons empiriquement et par une application implicite des règles de la probabilité les lois qui régissent les phénomènes et l'ordre de leur enchaînement nécessaire, la nature exacte des termes qui manifestent ainsi leur liaison reste néanmoins le plus souvent imparfaitement déterminée pour nous, parce que notre analyse du réel est nécessairement progressive et que l'énoncé définitif de la loi la plus simple exigerait qu'elle fût achevée.

Toutes les erreurs d'induction, comme nous l'établirons plus loin, résultent de cette difficulté. Tout tient à tout, peut-on dire. Et l'esprit, qui ne saisit pas le tout dans une intuition instantanée, mais qui s'achemine péniblement de la connaissance des parties à celle de l'ensemble, n'aperçoit jamais toutes les ramifications des faits et ne possède d'aucune chose ce que Leibnitz appelait une représentation distincte. Unissant donc, sur la foi de l'expérience, des termes dont la compréhension exacte lui échappe, il risque toujours de se tromper dans l'expression de leurs rapports. Nous voyons à n'en pas douter les faits s'enchaîner les uns aux autres dans un ordre régulier, sans pouvoir dire avec une entière précision quels sont ces faits qui s'enchaînent. Nous voyons couler

le fleuve, sans pouvoir situer rigoureusement sa source et son embouchure. Ceci revient à dire, en somme, que le résultat le plus clair et le plus certain de la méthode inductive est de nous faire connaître que la nature obéit à des lois générales et nécessaires. Il suffit de l'établir pour se prémunir une fois pour toutes contre les exagérations de l'interprétation nominaliste et les conséquences philosophiques que l'on en tire, quand on cherche à démontrer le caractère artificiel de toute abstraction et partant de toute opération intellectuelle. Ce résultat une fois atteint, on devra reconnaître, si l'on a conscience des difficultés de la recherche expérimentale, que dans l'énoncé de chaque loi particulière le physicien court le risque de se tromper. Mais les chances d'erreurs et la portée des erreurs ne sont pas toujours les mêmes. Elles varient même singulièrement selon qu'il s'agit des lois qualitatives ou mathématiques. On voit combien il importe, pour obtenir une théorie satisfaisante de l'induction, de critiquer séparément les différents problèmes que comporte la recherche expérimentale. C'est la méthode que nous suivrons dans les pages suivantes, où, en nous inspirant des règles de la probabilité, nous tâcherons d'apprécier le sens et la valeur des principales opérations inductives.

*
* * *

II. *Origine expérimentale de l'idée de loi.* — Les faits de la nature s'enchaînent dans un ordre nécessaire. Tel est pour nous le résultat de la plus certaine des inductions. Et nous essayerons avant tout de l'établir.

Mais, pour éviter un malentendu, remarquons d'abord que notre tentative ne ressemble qu'en apparence à celle de Stuart Mill. L'empirisme prétend faire dériver de l'expérience les catégories de l'esprit. Et il échoue inévitablement parce que celles-ci ont une portée plus grande, un sens plus riche que celle-là. Or l'empirisme pose en principe qu'un concept ne peut être autre chose qu'une collection de représentations particulières, une somme de sensations juxtaposées. Admettant qu'il n'y a dans l'intelligence rien de plus que dans la sensation, toute sa tactique consiste à dégrader les concepts pour les rapprocher autant que possible de la représentation sensible, à moins que, par inadvertance, il ne s'applique naïvement à tirer le plus du moins. Lors donc que Stuart Mill, bravant le cercle vicieux, veut dégager de l'ensemble de toute notre expérience accumulée le principe de causalité, qui, dans la suite, servira lui-même de fondement à toute induc-

tion particulière, le caractère même de sa méthode lui interdit de comprendre le véritable sens de l'opération inductive, par laquelle se démontre en effet le principe. On a fait bien des fois la critique de sa théorie ⁽¹⁾. Il est inutile d'y revenir. Et nous n'en faisons mention que pour bien préciser notre attitude par opposition à la sienne.

Nous ne nous représentons point l'esprit comme un miroir inerte où les images sensibles viendraient se peindre, sans que rien de nouveau pût naître de son action propre; en sorte que ces représentations se borneraient à passer et repasser sans cesse sur sa surface, si certaines d'entre elles, en raison de leur affinité, ne se fondaient parfois les unes dans les autres et ne produisaient, après s'être mutuellement neutralisées, ces images plus simples et plus pâles, que l'on a appelées génériques, et où certains philosophes ont voulu voir l'origine de tous les concepts, quoiqu'elles ne soient, à vrai dire, que des fantômes de concepts. Nous croyons que l'esprit a le pouvoir de tirer de son propre fonds les idées qui éclairent l'expérience. S'il est artificiel de le définir comme un système d'idées toutes faites, on en donnera une expression juste en disant qu'il est un système d'idées qui se font; qui se font et se précisent sans cesse pour mieux expliquer les faits à mesure qu'ils sont mieux connus. Parmi ces idées, d'ailleurs, les unes [comme par exemple les notions de tel système mécanique, ou celles de telle théorie physique] conservent toujours un caractère partiellement arbitraire, parce qu'elles ne sont pas les seules que l'esprit puisse, à la rigueur, tirer de lui-même pour représenter l'ordre dans lequel s'enchaînent les phénomènes. D'autres, au contraire, les plus générales et surtout l'idée de loi naturelle, s'imposent avec une autorité absolue, parce que l'esprit humain ne peut les éviter dans l'interprétation de l'expérience. On dira peut-être, il est vrai, que cette épreuve n'est pas encore décisive; car nous ne sommes jamais certains de concevoir tous les modes d'explication possibles et, parmi ceux que nous concevons, ne figure peut-être pas celui qui s'adapte le mieux à la réalité des choses. Sans doute, on est toujours en droit de réserver l'hypothèse de l'inconnaissable. Mais, dès qu'on examine un problème philosophique, on l'écarte malgré soi. Car, à supposer qu'on l'adopte, il n'y a plus rien à dire. On fait inévitablement porter la discussion sur les seules idées que l'esprit est capable de construire; et quand, par une sorte de *dialectique*, on a établi que l'une d'elles s'accorde *seule*

(1) Voir en particulier : Lachelier, *Du fondement de l'induction*, p. 15 sqq.

avec l'ensemble de tous les faits, on a donné de sa valeur objective la plus solide démonstration que comporte la forme de notre intelligence et la seule à laquelle nous puissions nous élever. Or, si une telle épreuve peut laisser un doute sur l'exactitude de chacune des lois particulières de la physique, elle confirme de façon pleinement satisfaisante la vérité du concept même de la loi. Le moment est venu de le montrer.

Voici ce que nous observons dans un nombre immense d'expériences. Certains phénomènes que nous avons pu distinguer et mesurer varient *à peu près* en fonction les uns des autres. A une même valeur des uns correspond toujours la même valeur *approximative* des autres; à une même variation des uns une même variation *approximative* des autres. Nous en concluons que les phénomènes de la nature se déterminent mutuellement de façon rigoureuse et nécessaire. Dans cette induction, nous dépassons singulièrement les strictes données de l'expérience. Mais nous avons vraiment le droit de le faire. En effet, il nous est impossible de concevoir que les faits dépendent *à peu près* les uns des autres. L'association en un même concept de ce double caractère de détermination et d'indétermination constituerait une monstruosité logique, et l'esprit ne peut admettre l'idée d'une alliance aussi scandaleuse. Alors il se trouve en présence de deux hypothèses contraires entre lesquelles il lui faut choisir. D'abord celle de l'indépendance absolue de chaque fait à l'égard de tous les autres, du hasard qui présiderait à la production de tous les événements. Mais alors la concordance que nous observons si souvent entre les variations des phénomènes devrait passer pour accidentelle. Or, une telle hypothèse nous apparaît comme tellement improbable que nous ne pouvons nous y arrêter un seul instant. Si le hasard régissait le monde, parmi toutes les combinaisons d'événements qui se produiraient sans cesse, certaines pourraient bien présenter l'apparence d'un ordre régulier. Mais elles ne seraient qu'une infime minorité. Et l'observateur ne les rencontrerait qu'à des intervalles très rares, tandis qu'au contraire il rencontre partout des liaisons régulières et note en général une correspondance d'autant plus exacte entre les variations des faits, que ses moyens d'investigation et de mesure deviennent plus puissants. Alors l'hypothèse du hasard écartée, il faut bien admettre que les phénomènes dépendent les uns des autres rigoureusement, et s'enchaînent selon des lois nécessaires. L'*à peu près* qui subsiste dans les résultats bruts de nos observations tient seule-

ment à l'incertitude de ces observations et à l'imperfection de nos instruments de mesure. Il ne réside pas dans les choses elles-mêmes, et disparaîtrait aux yeux d'une science assez sûre de soi pour assigner à chaque fait sa valeur exacte. Tel est, nous semble-t-il, le raisonnement que fait inconsciemment chaque physicien et par lequel il se convainc que la nature obéit à des lois.

Mais il nous faut répondre à quelques objections possibles et marquer l'exacte portée de notre conclusion.

Notons d'abord que les objections habituelles du nominalisme moderne n'auraient aucune prise sur elle. Peut-être, à la rigueur, la science représente-t-elle parfois le réel au moyen d'un système artificiel de rapports, parce que ses lois, au lieu de relier entre elles les données brutes de l'expérience, ne s'appliquent qu'à des faits idéaux, résultats de savantes constructions théoriques qui, à tout prendre, ne s'imposaient pas absolument et à l'exclusion de toute autre. Du moins convient-il dans chaque cas d'apprécier l'importance de ces constructions et la part d'arbitraire qu'elles comportent. Mais, comme les faits scientifiques sont superposés aux faits bruts à l'aide de règles fixes, encore peut-être que conventionnelles, et sans autre ambiguïté que celle résultant du caractère approximatif de toute observation et de toute mesure expérimentale, si ceux-là manifestent un enchaînement rigoureux, c'est que ceux-ci, les faits réels, sont liés nécessairement les uns aux autres. Peut-être ne savons-nous pas toujours interpréter correctement la nature des rapports que les choses soutiennent entre elles, et nos lois, sous leur forme consacrée, sont-elles toujours révisables; mais, du moins, on ne peut douter que les choses ne soutiennent entre elles des rapports fixes et bien déterminés, et qu'une science achevée ne dût exprimer l'ordre de la nature sous la forme de lois tout à fait analogues aux nôtres. Ce résultat, si important pour le philosophe et qui reste indépendant de toutes les difficultés techniques rencontrées par la science, de toutes les incertitudes de la recherche expérimentale, doit être clairement dégagé. S'il n'a qu'une valeur formelle, du moins nous semble-t-il à l'abri de toute objection.

Pour bien le comprendre et lever toutes les hésitations possibles, envisageons tour à tour les principaux caractères de la loi.

Nécessité de la loi. — Nous la concevons d'abord comme un rapport nécessaire. Mais, dans la question de savoir si la nature obéit à des lois, ne peut-on soutenir qu'il subsiste une incertitude

irréversible, ou qui, du moins, ne peut être levée par le raisonnement de probabilité auquel nous avons ramené l'induction. Supposez, en effet, que les principales relations qui se manifestent entre les choses, au lieu de résulter fatalement de leur nature, n'aient que de très grandes chances de s'établir. L'observateur, qui ne peut évidemment soumettre ces chances qu'à un nombre limité d'épreuves, ne saura par aucune méthode empirique distinguer si les rapports qu'il constate sont simplement probables ou véritablement nécessaires; s'ils méritent en un mot et à la rigueur le titre de lois. D'ailleurs l'hypothèse que nous venons de faire n'est certainement pas arbitraire. Souvent les faits que nous observons ne sont que les résultats moyens d'une infinité d'actions élémentaires qui nous échappent. Et la régularité avec laquelle ils s'ordonnent résulte de la loi des grands nombres. C'est ainsi, par exemple, qu'il faut se représenter la pression d'un gaz si l'on adopte la théorie cinétique. Et l'on peut concevoir une distribution initiale des molécules et de leurs vitesses telle qu'à de certains instants et pour un temps très court la loi de Mariotte cesserait de se vérifier. Devra-t-on alors, faute d'un critère empirique capable de différencier le probable et le nécessaire, renoncer à la certitude de l'enchaînement rigoureux des phénomènes? Non, car quelle que soit l'idée que l'on se fasse du hasard, *on ne pourra comprendre l'existence dans la nature de relations probables qu'à la condition de leur donner pour support des lois nécessaires.*

La probabilité, en effet, si elle n'exprime pas seulement, comme le pensait Laplace, notre ignorance partielle des véritables causes, ne peut se définir que par une sorte de synthèse de l'indéterminé et du déterminé. Et tous les philosophes qui en ont tenté l'analyse se sont efforcés d'en saisir le double aspect. Dans l'un de ses éléments, elle reste d'ailleurs à tout jamais obscure, parce que l'indéterminé, sous peine de se démentir, échappe à toute définition rigoureuse. Elle s'éclaire, au contraire, dans la mesure où elle appelle et exige l'affirmation des lois nécessaires. Cournot applique cette notion aux phénomènes situés aux points de jonction des séries indépendantes de causes. La distribution d'un système mécanique complexe dont les conditions initiales, positions et vitesses, sont fortuites, tandis que les actions réciproques de ses éléments dépendent de règles fixes, offre l'exemple le plus clair de toutes les circonstances qu'exige le calcul des probabilités. Cournot, en un mot, rejette la contingence à l'origine, tandis qu'il soumet au déterminisme tous les moments du devenir.

— On peut adopter une solution plus radicale, introduire la contingence au sein du devenir lui-même; elle est peut-être la condition des actes libres, accomplis par des êtres doués de conscience, s'il est vrai que la volonté manifeste en certains cas une indifférence radicale à l'égard des deux termes d'une alternative. Mais, pour soumettre les actes contingents à une loi de probabilité, il faut réserver une place prépondérante au déterminé. Si Renouvier y parvient, c'est qu'il délimite exactement le domaine du hasard; des deux termes possibles, l'un doit nécessairement se réaliser et l'accident se trouve enfermé en d'étroites frontières. Si, d'autre part, dans sa théorie, les futurs contingents restent indéterminés au point de vue de l'acte, ils sont parfaitement déterminés au point de vue de la puissance, puisqu'on établit entre les uns et les autres une équation rigoureuse et qu'on les considère comme également probables. Il est remarquable qu'en poussant à l'extrême l'indétermination des futurs contingents, on en vient à définir très exactement leur tendance à l'existence, puisqu'on la suppose égale pour tous, sous peine de favoriser l'un ou l'autre et de restreindre en sa faveur l'hypothèse de l'incertitude radicale. Sans cette conséquence d'ailleurs, et s'il n'était pas possible de soumettre à la mesure l'effort des possibles vers l'existence, la distribution des événements fortuits ne donnerait aucune prise au calcul et la notion de la probabilité perdrait toute signification.

En somme, la notion de la probabilité est complexe; lorsqu'on analyse les conditions de son application, on y découvre la combinaison en proportions bien définies du contingent et du nécessaire. Les théoriciens usent de méthodes diverses pour représenter cette alliance, sans pouvoir en éclaircir tout à fait le caractère paradoxal. L'accident, en effet, perd son caractère d'accident quand il autorise à tracer les frontières de son domaine et accepte de se soumettre à des lois territoriales. Et la difficulté pour les philosophes qui cherchent à limiter sa part est de lui réserver encore une part. Mais alors nous ne sommes plus autorisés à voir dans la probabilité, dont la certitude ne serait que la limite extrême, le type des relations naturelles, puisque l'existence des relations probables, lorsqu'on en précise le sens, implique sous une forme ou sous une autre l'existence des lois nécessaires; puisqu'en un mot, dans la synthèse de l'indéterminé et du déterminé par laquelle il faut bien définir le probable, le second terme domine inévitablement le premier.

Généralité de la loi. — La généralité, au sens strict du mot, nous apparaît comme une conséquence de la nécessité. Si, en effet, un phénomène se produit nécessairement, il se reproduira toujours dans les mêmes circonstances, et l'on pourra dire qu'il est absolument général. Mais, pour que ce caractère de généralité se manifeste empiriquement à nous, il faut que les mêmes circonstances puissent se présenter à nouveau. Ou plutôt, comme rien ne recommence jamais exactement, il faut que nous puissions saisir une forme commune dans des faits différents à la rigueur, mais qui, pour se ressembler essentiellement, méritent d'être rangés dans une même classe. Or, nous nous représentons bien les lois comme des formes générales qu'adoptent une multitude indéfinie de phénomènes. Ce concept a-t-il une valeur objective, ou n'est-il qu'un artifice de notre esprit? Pour le décider, définissons mieux les conditions auxquelles doit se soumettre une nature pour qu'un ordre général y apparaisse.

Concevons d'abord un monde où tout se pénétrerait absolument, de telle sorte qu'il ne se laisserait pas décomposer par l'analyse en objets distincts, à moins d'une dissociation violente après laquelle l'intime solidarité des parties ne serait plus capable de se manifester. Chaque état du devenir (si ce n'est pas encore diviser artificiellement le devenir que de parler de ses états successifs) dépendrait indivisiblement de l'état précédent. Et rien ne pourrait se répéter, à moins que tout ne se répâtât. En un mot, pour qu'une telle nature pût donner l'exemple d'un ordre général, il faudrait que son évolution se refermât sur elle-même, qu'elle vînt à repasser par son état initial et subît périodiquement la même suite de changements. La généralité ne se manifesterait que par la périodicité.

Evidemment, dans le monde de notre expérience, nous n'avons pas à compter sur un pareil signe. Mais nous croyons y observer des recommencements partiels, en des points différents de l'espace, à des moments différents du devenir. Pour que de tels recommencements soient eux-mêmes possibles, il faut qu'il s'y rencontre des *systèmes isolés*, ou du moins relativement isolés, c'est-à-dire tels que les événements extérieurs à eux n'aient aucune influence, ou n'aient qu'une faible influence sur leur évolution. Mais alors, si certaines actions prévalent ainsi sur toutes les autres, qui deviennent nulles ou négligeables, il s'en suit que les diverses actions exercées par les choses les unes sur les autres peuvent se laisser distinguer par l'analyse, tandis que leur effet total se laissera reconstituer par la synthèse, au moyen de règles fixes, déter-

minant comment elles s'associent et assurant, dans certaines circonstances, la prépondérance des unes sur les autres. En un mot, pour que le monde de l'expérience nous manifeste des lois générales, il faut qu'il se prête à l'analyse et à la synthèse associative.

Ce n'est pas tout. Une autre condition est requise. Jamais deux systèmes partiels ne sont absolument identiques l'un à l'autre; jamais deux groupes de circonstances initiales ne sont exactement les mêmes. Nous ne recommençons jamais la même expérience. Pour que nous puissions estimer que plusieurs expériences successives nous ont donné le même résultat, il faut donc que les résultats obtenus tour à tour dans des conditions un peu différentes diffèrent eux-mêmes fort peu les uns des autres. A une faible variation dans les antécédents doit correspondre une faible variation dans les conséquents. En un mot, les phénomènes doivent être en général ⁽¹⁾ des *fonctions continues* les uns des autres.

Ainsi, en affirmant que la nature obéit à des lois générales, on entend deux choses : d'abord qu'il existe des systèmes relativement isolés; et, en second lieu, que les phénomènes varient en fonction continue les uns des autres. Ce double postulat sert de base à l'analyse vulgaire et à l'analyse scientifique, et il répond ainsi à un besoin essentiel de l'esprit, puisque nous ne pouvons comprendre qu'à la condition d'analyser. S'il était faux, la méthode qu'il commande serait entièrement artificielle; et le nominalisme aurait raison de dire que nous nous bornons à construire des schèmes, commodés sans doute, mais dépourvus de valeur objective. Mais alors le succès de cette méthode deviendrait lui-même tout à fait inexplicable. Si, en effet, l'esprit s'inspirait de principes opposés à ceux de la nature, l'accord même apparent de la pensée et de l'expérience ne pourrait se produire que par le plus étrange des hasards. Et une pareille présomption nous apparaît comme tout à fait improbable. Peut-être chacun de nos concepts scientifiques particuliers est-il à corriger, quoique, dans l'état actuel de nos connaissances, ils coordonnent de façon satisfaisante les faits expérimentaux. Mais, s'ils paraissent s'accorder ainsi avec l'expérience, c'est qu'ils ne sont pas absolument faux, ou que du moins ils ont avec les concepts vrais des éléments communs et coïncident avec eux par tous les points où justement la comparaison à

(1) Nous disons « en général », parce que dans certains cas un faible changement peut rompre, tout d'un coup, un équilibre instable.

l'expérience est possible. Comment supposer, au contraire, que la méthode conceptuelle elle-même puisse répugner à la nature des choses et cependant réussir dans tous les domaines ? C'est pourtant la thèse paradoxale qui semble se trouver au fond du nominalisme. Si, par exemple, le réel était un tout continu au sein duquel les parties se pénétreraient sans se distinguer, ou bien si chaque chose présentait un tel caractère d'originalité qu'en la comparant à d'autres et en saisissant ce qu'elles ont de commun, on laissât inévitablement échapper la part la plus substantielle de leur nature, comment se ferait-il qu'en analysant, distinguant, comparant et classant, nous puissions construire des théories qui nous permettent de prévoir les faits et qui, dans toutes leurs conséquences principales, semblent leur être conformes, tout comme si elles exprimaient ce qu'il y a d'essentiel en eux ?

Précisons notre argument, car nous touchons à une question capitale. Plus une hypothèse est complexe, plus il est impossible (nous l'avons vu déjà) de lui trouver une démonstration expérimentale. En effet, il devient plus facile de modifier ses éléments multiples et de les combiner autrement, de manière à former d'autres hypothèses rendant aussi bien compte qu'elle de l'ensemble des faits connus. Une certaine ambiguïté subsiste donc toujours. Mais quand il s'agit d'un postulat aussi simple que celui de l'existence des lois générales, la difficulté disparaît. Car il faut l'accepter ou le rejeter. On ne peut le modifier. Il y a, ou il n'y a pas de lois générales. C'est une sorte de dilemne. Dans la première hypothèse, le succès de la méthode analytique s'explique immédiatement. Dans la seconde, nous nous reconnaissons incapable de le comprendre. Voilà pourquoi nous pouvions dire, au début de ce chapitre, que le raisonnement inductif, toujours incertain quand il faut établir la vérité de telle loi particulière, pouvait cependant confirmer de façon satisfaisante la valeur objective du concept même de la loi.

Seulement l'induction, nous le savons, ne nous fournit jamais qu'une probabilité. En effet, il n'y a aucune absurdité logique à concevoir une nature qui nous offrirait la fausse apparence d'un ordre général. Partout dans cette nature prestigieuse, où chaque chose aurait peut-être une originalité profonde, partout des faits, pourtant essentiellement différents les uns des autres, s'offriraient à nous sous une face si trompeuse, que nous croirions découvrir en eux une forme commune et observer une évolution semblable. Nous conserverions notre illusion aussi longtemps que durerait le mirage. Mais un mirage aussi constant ne pourrait être — suivant

toute probabilité — l'effet du hasard. Il faudrait donc qu'une telle nature fût en quelque sorte organisée en vue de produire ce jeu de dupes. Et nous serions encore amenés, pour expliquer son prestige, à lui attribuer une intention *générale* ; nous assignerons encore à son évolution une loi *générale*, mais une loi de finalité, en vertu de laquelle elle produirait sans cesse et malicieusement de fausses apparences de lois générales !

Universalité de la loi. — On demande quelquefois si les mêmes lois continueront à régir les phénomènes dans des temps très éloignés du nôtre ; ou les régissent actuellement dans les régions du monde très éloignées de celles où notre expérience peut s'exercer. Nous avons déjà répondu implicitement à cette question. Pour bien la poser il faut en préciser les termes. Dans les mêmes conditions, les lois naturelles ne peuvent se démentir. Sinon ce ne seraient point des lois. Seulement il nous est impossible de dire si les conditions elles-mêmes ne peuvent être, en d'autres moments du temps ou en d'autres points de l'espace, complètement bouleversées, au point que les phénomènes les plus familiers deviennent pour nous méconnaissables. On appréciera davantage l'importance de cette réserve, si l'on songe que nous ne savons jamais définir exactement et complètement les conditions d'application d'une loi. Nous aurons bientôt l'occasion d'insister sur cette idée. Il est donc inutile de la développer ici ; en sorte que nous n'aurions rien à ajouter, si la question de l'universalité des lois ne pouvait s'envisager d'un autre point de vue.

Il importe de se demander si *tous* les phénomènes de la nature obéissent sans exception à des lois rigoureuses et bien déterminées. Mais nous sommes obligés d'avouer aussitôt que la méthode empirique, par nous adoptée dans tout le cours de cet ouvrage, ne nous donne pas la clef de ce problème. Car la science n'a pu observer qu'un nombre limité de faits, et si elle a constaté en général leur enchaînement régulier, aucune induction méthodique ne nous autorise à conclure de quelques à tous. A qui donc soutiendrait qu'en certaines régions du monde s'exerce le caprice du hasard, ou encore qu'il existe des centres d'activité libre, nous n'aurions à opposer préalablement aucune fin de non-recevoir. Seulement il faut bien comprendre que les sphères d'influence du hasard ou de la liberté doivent être nécessairement limitées et que le déterminisme scientifique n'a rien à redouter de leur action. Expliquons-nous. Que des forces indisciplinées ou des volontés capricieuses puissent, à des moments quelconques,

intervenir dans le cours des phénomènes pour le troubler, il nous est impossible de le croire. Car ces actions perturbatrices, qui par hypothèse ne se soumettraient à aucune autre règle que celle du hasard et qui auraient par conséquent autant de chance de se manifester à un instant qu'à un autre, ne manqueraient pas, selon toute apparence, de déconcerter sans cesse la science et de dérouter ses prévisions. En d'autres termes, il n'y aurait pas de lois nécessaires puisque toutes pourraient à tout moment être compromises par l'irruption brusque de l'accident. Or nous avons montré par quels motifs très puissants nous sommes amenés à postuler l'existence des lois nécessaires. — Mais supposons au contraire que, par suite d'un *privilege exclusif* dont nous ne nous chargeons pas d'expliquer ici l'origine, certains systèmes bien délimités aient le monopole des actions contingentes. Ces actions imprévisibles deviendraient néanmoins le point de départ d'autant de suites d'événements, d'abord intérieurs aux systèmes où règne le hasard, puis extérieurs à eux et qui, après en avoir dépassé la frontière, se dérouleraient selon les règles d'un déterminisme rigoureux. Si donc notre observation ne pouvait jamais pénétrer au dedans de ces systèmes, nous ne saisisirions jamais l'acte fortuit sur le fait; et rien ne nous révélerait que le hasard étend sa juridiction en aucun point du monde. Que, par exemple, la volonté humaine puisse choisir, dans certains cas, entre deux groupes de motifs, sans qu'aucun s'impose par avance à elle. La volonté n'agit directement que sur nos muscles. Il y aura donc certains mouvements musculaires qui, en droit, échapperont aux prévisions de la science. Mais en fait, dans l'hypothèse même du déterminisme psychologique, ils y échapperaient tout aussi bien, puisqu'ils dépendraient de causes beaucoup trop complexes, pour que nous pussions entreprendre de les analyser. Ainsi, dans les deux hypothèses possibles, les faits apparents resteraient pour nous les mêmes, et par conséquent l'expérience ne permettrait pas de décider entre elles. En outre les mouvements musculaires, de quelque manière qu'ils aient été engendrés, produiront à leur tour d'autres mouvements, gouvernés par les lois de la mécanique et qui ne présenteront plus aucun caractère de contingence. De toutes manières la mécanique conservera sa légitime autorité. L'hypothèse de la liberté humaine ne contredit aucun de ses principes, à condition que l'on définisse avec prudence les limites de leur application et qu'on ne les étende pas *à priori* et sans preuve à toutes les espèces de mouvement possible et en particulier aux actes délibérés des êtres conscients. — Objètera-t-on que certains

de ces principes, en raison de leur forme même, s'appliquent à l'univers tout entier, et, au premier rang, celui de la conservation de l'énergie? Mais sur quelle preuve expérimentale cette affirmation que l'énergie totale du monde reste constante pourrait-elle s'appuyer? Ce n'est qu'une vue métaphysique. Et, si l'on a pour cela de bonnes raisons métaphysiques, on aura le droit de rejeter cette hypothèse, sans faire acte d'hérésie scientifique. Les partisans de la liberté en contesteront la vérité, pour des motifs qu'il appartiendra aux philosophes de discuter, mais auxquels on ne pourra jamais opposer de preuves tirées du savoir positif. Pour ce qui est du physicien, il lui suffit de supposer qu'il existe dans le monde des systèmes conservatifs, sans décider s'ils le sont tous, et si l'univers infini, considéré dans son ensemble, en est un. Il n'a jamais affaire à l'univers tout entier; il étudie des systèmes particuliers, définis par des caractères précis, et, s'il a toujours le droit de postuler que l'énergie s'y conserve, il est toujours tenu de justifier cette hypothèse par les applications qu'il en tire.

En somme, aucune induction correcte, aucun raisonnement de probabilité n'entraîne cette conclusion que tous les phénomènes sans exception sont régis par des lois inéluctables; et l'expérience ne nous autorise pas à affirmer dogmatiquement que le monde est partout soustrait à l'influence du hasard et que le déterminisme universel exclut l'intervention de toute activité libre. Ainsi se trouve précisée l'exacte portée de nos conclusions.

Nous avons exposé, dans les pages précédentes, comment l'esprit, en interprétant les caractères qu'il observe dans les faits et en éprouvant tour à tour toutes les hypothèses qu'ils lui suggèrent, s'élève d'un mouvement irrésistible à l'idée de la loi. Ni la nécessité ni la généralité ne peuvent être imitées par le hasard. Une nature, qui obéit à des lois générales et nécessaires, peut seule, dans certains cas, présenter de fausses apparences de lois générales et nécessaires, et, dussions-nous nous tromper dans chacune de nos inductions particulières, nous pouvons du moins affirmer, sur la foi de signes certains, la valeur objective de l'idée même de la loi.

Cette idée nous est donc apparue comme le résultat de la première et, en même temps, de la plus rigoureuse de nos inductions. Indiquons en quelques mots comment, dans l'explication de son origine, nous nous séparons à la fois du rationalisme classique et de l'empirisme.

Nous n'admettons pas avec l'empirisme que la loi ne soit que le résumé, le tableau synoptique des faits d'observation : c'est une connaissance plus pénétrante. Nous n'admettons pas avec le rationalisme l'existence *à priori* d'un principe tout constitué et immuable : l'esprit construit progressivement ses principes et les modèle sur les faits. Empiristes et rationalistes se sont trop souvent placés, pour définir l'esprit, au point de vue statique. Alors, d'une part, on ne peut sans artifice découvrir en lui, avant toute expérience, aucune idée sur laquelle il se repose. Et, d'autre part, il est impossible de trouver dans l'élément actuel de la sensation la source de toutes nos connaissances, parce qu'il y a plus dans celles-ci que dans celui-là. Mais la position d'un mobile à un instant donné ne suffit pas à le définir complètement ; il faut tenir compte de sa vitesse qui a une direction et un sens. De même l'état présent de l'esprit, l'ensemble des sensations qu'il reçoit, ne le définit pas tout entier. Ces sensations sont emportées dans le mouvement par lequel il en dégage des idées. Celui-ci d'ailleurs est orienté, et c'est pourquoi nous croyons qu'en fin de compte le rationalisme a raison contre l'empirisme. Nous avons essayé de décrire ce mouvement dans ses directions principales. Ce sont elles qui sont en quelque sorte innées. Si l'on nomme innée une idée statique, l'on s'expose aux démentis de l'histoire, parce que celle-ci nous montre l'évolution des concepts les plus généraux et en particulier du concept de cause. Nous avons échappé à ces critiques, nous semble-t-il, parce que, pour déterminer la part de l'*à priori*, nous nous sommes appliqués à définir le sens général du mouvement préformé, par lequel l'esprit, sous l'impulsion de son besoin primordial d'intelligibilité, s'élève de l'observation des faits à l'idée des lois nécessaires.

*
* *

III. *Les lois qualitatives.* — Le raisonnement inductif sur lequel s'appuie la connaissance d'une loi quelconque comporte toujours certaines chances d'erreurs, dans le cas même où nous nous bornons à exprimer modestement celle-ci sous sa forme qualitative. L'histoire de la physique prouve de façon péremptoire que l'expérimentateur le plus habile et le plus consciencieux court le risque de se tromper. C'est que la méthode empirique est imparfaite. Une loi nécessaire se manifestera toujours par la variation corrélatrice des phénomènes ; mais la réciproque n'est pas vraie, et les variations corrélatrices ne sont pas toujours le signe infailible d'une liaison directe.

Nous avons eu déjà l'occasion d'indiquer deux causes principales d'erreur. D'abord, puisque la durée de notre observation est pratiquement limitée, nous pouvons confondre avec une loi rigoureuse une relation qui n'est que très probable. Ensuite, certaines circonstances, qui n'ont pas sensiblement varié au cours de nos expériences, peuvent nous échapper, quoique la forme de la relation observée en dépende essentiellement ; nous les omettons dans l'énoncé de la loi qui reste ainsi incomplet et auquel nous attribuons une généralité trop grande.

Jusqu'à quel point ces chances d'erreurs doivent-elles entamer notre confiance dans la méthode expérimentale ? Certains auteurs ont pensé qu'on pouvait les mesurer et se convaincre, par un raisonnement de probabilité, qu'elles sont négligeables ou trop faibles pour compromettre la valeur de la science. Ils postulent que les fausses apparences d'un ordre nécessaire sont une exception dans la nature, parce qu'elles résultent d'un concours de circonstances très complexe qui, sans doute, ne peut pas se reproduire souvent. Dès lors, il paraît très peu probable que, dans ses libres recherches, l'esprit, qu'aucune fatalité n'entraîne, tombe dans des pièges qui n'ont pas été tendus à son intention. S'il y tombe parfois, c'est par accident, et les accidents ne se multiplient pas ; on les évitera d'ailleurs d'autant mieux que l'on prendra plus de précautions et que l'on observera plus exactement les faits. Mais comment établir le postulat sur lequel on s'appuie ? Les apparences illusoire sont-elles si rares dans la nature ? L'histoire de la physique, où nous voyons si souvent la vérité — la vérité d'aujourd'hui — se frayer lentement un chemin à travers les idées fausses, ne confirmerait pas cette opinion générale. A vrai dire, le problème de la probabilité des erreurs reste pour nous tout à fait indéterminé et le dogmatisme ne peut prétendre le résoudre à son avantage. Il convient de suivre une autre méthode. Au lieu de *compter* les erreurs, il faut apprécier l'importance de chacune d'elles, montrer qu'un bon expérimentateur qui suit une méthode rigoureuse approche toujours de la loi exacte et que, s'il se trompe, ses erreurs sont tout près d'être des vérités.

Examinons la première cause des erreurs d'induction. Beaucoup de faits d'observation ne sont certainement que le résultat moyen, l'apparence globale d'une multitude de combinaisons élémentaires qui nous échappent, et dans la distribution desquelles la loi des grands nombres seule introduit un ordre relatif, mais qui n'est pas absolument déterminé.

La théorie cinétique des gaz nous en fournit un exemple ; vraie ou fausse, elle peut très clairement servir d'illustration. On sait que, dans cette hypothèse, un gaz est formé d'une multitude de corpuscules, lancés avec de grandes vitesses dans toutes les directions. Ces corpuscules jouissent d'une élasticité parfaite, si bien que, malgré leurs chocs incessants, la quantité totale de la force vive reste constante. La pression exercée par le gaz contre les parois de l'enceinte résulte du choc de ces particules ; et, si elle est sensiblement uniforme et à peu près constante d'un instant à l'autre, c'est une conséquence de la loi de Bernouilli. En réalité, elle subit de petites variations ; et l'on peut imaginer des conditions initiales telles qu'à un instant donné et pour un temps très court elle change brusquement de valeur. Les petites variations sont trop faibles, les variations brusques trop rares et trop brèves pour que nous puissions les saisir. Tout se passe comme si, à une même température, la pression dépendait du volume et du volume seul. Et le physicien ne manquera pas de transformer cette relation en une loi nécessaire. Pourtant la pression résulte du nombre des molécules qui, à chaque instant, frappent les parois de l'enceinte et de leurs vitesses ; et ni l'une, ni l'autre de ces conditions ne sont rigoureusement constantes.

Il est remarquable que la distribution fortuite des phénomènes élémentaires donne souvent lieu, quand ils sont extrêmement nombreux, à l'ordre apparent le plus simple.

Les physiciens définissent l'état amorphe, qu'ils opposent à l'état cristallin, par l'arrangement irrégulier des particules matérielles. « Dans un corps amorphe, la distribution de la matière établie autour d'un point donné est spéciale à ce point, et ce ne pourrait être que par le plus grand des hasards qu'elle serait la même autour d'un autre point. On peut dire que, dans un tel corps, l'arrangement des particules est essentiellement confus. De là vient que toutes les directions se valent ; non que, sur toutes, les particules soient disposées de même, mais parce que, de tous les côtés, il règne assez de confusion pour qu'aucune direction ne soit prépondérante relativement à d'autres » ⁽¹⁾. Qu'en résulte-t-il ? C'est que les lois de la conductibilité calorifique, celles de l'optique prennent pour des corps amorphes une forme particulièrement simple. La chaleur se propage également vite dans toutes les directions. De même, quelle que soit la direction de la vibration lumineuse, la lumière se pro-

(1) A. de Lapparent, *Précis de minéralogie*, p. 7.

page dans ces milieux avec la même vitesse. Et, comme l'indice de réfraction d'une substance ne dépend que des vitesses de propagation dans l'air et dans cette substance, cet indice a, pour un corps amorphe, une valeur simple.

La simplicité de ces énoncés provient de deux circonstances. D'une part, l'arrangement des particules est « confus » dans les substances amorphes. Et, d'autre part, nous ne percevons que les résultats moyens des phénomènes dont elles sont le siège. Mais, par contre, à prendre les choses à la rigueur, on ne peut plus, dans cette interprétation, considérer les lois de la conductibilité ou de la réfraction comme nécessaires, mais seulement comme extrêmement probables. Ainsi les méthodes empiriques ne nous permettent pas de distinguer une relation qui n'a que de grandes chances de s'établir, d'une autre qui ne peut pas ne pas être. Mais, remarquons-le, la méthode des variations concomitantes ne nous égare jamais tout à fait. Si même nous n'observons que des phénomènes moyens, elle nous met sur le chemin de la vérité quand elle ne nous conduit pas à son centre. Et, en effet, la correspondance précise dans les changements de deux propriétés n'est pas et ne peut pas être accidentelle. Elle manifeste certainement un rapport de dépendance nécessaire, une loi ; mais nous ne pouvons pas décider avec sûreté à quelle classe de faits celle-ci s'étend. A cela se borne l'imperfection de la méthode. Nous risquons d'attribuer à la loi une étendue trop grande, chaque fois que les différences spécifiques des objets échappent à l'observation directe, et que, d'ailleurs, elles s'équivalent en fait dans la très grande majorité des cas. Nous confondons alors l'espèce avec le genre. C'est ainsi que la loi de Mariotte, dans la théorie cinétique, ne s'applique pas rigoureusement à tous les gaz, mais à ceux où la disposition des molécules et la distribution des vitesses vérifient une certaine règle. C'est ainsi que les lois cartésiennes de la réfraction ne s'étendent pas à toutes les substances amorphes, mais à celles où l'arrangement des particules est réellement confus autour de tous les points. Toutefois, pour rendre ces lois physiques irréprochables, il suffirait d'introduire une restriction dans leur énoncé. A vrai dire, sous la forme que nous leur donnons, ces relations ne sont que très probables ; mais leur défaut de rigueur est relatif à notre ignorance, et l'incertitude qui persiste témoigne seulement de l'imperfection de nos formules, où toutes les conditions nécessaires à l'application de la loi véritable ne sont pas explicitement nommées. Quand nous n'observons que des phénomènes moyens, nous ne sommes donc point assurés d'obte-

nir du premier coup la formule définitive de la loi. Il y a des chances d'erreur, mais l'importance du risque est limitée.

Examinons maintenant la seconde cause des erreurs d'induction. Souvent les phénomènes dont nous observons les variations concomitantes ne sont liés les uns aux autres que par le moyen d'un intermédiaire indispensable, mais dont l'intervention cependant passe inaperçue. Par exemple, on a ignoré longtemps l'action du diélectrique dans les phénomènes de l'électricité statique. Poisson pensait que son rôle se borne à présenter au passage du fluide une résistance passive. Or des expériences plus complètes ont montré que la capacité d'un condensateur ne dépend pas seulement de sa forme, mais aussi de la nature de la lame isolante. Dès lors, il a fallu attribuer à chaque diélectrique un pouvoir inducteur spécifique et expliquer, conformément aux idées de Faraday et de Mossotti, par la polarisation de ses molécules son influence sur les phénomènes électriques. Mais, d'abord, rien ne révélait son action aux premiers physiciens.

On peut exposer sous une forme plus générale le second défaut de la méthode inductive. L'analyse des circonstances où se produit un phénomène, si loin qu'on la pousse, laisse toujours un résidu, qui échappe à toute détermination précise. Si, en fait, ces circonstances résiduelles sont restées les mêmes dans toutes les expériences que l'on a faites, l'influence qu'elles peuvent exercer nous échappe. On les néglige alors dans l'énoncé de la loi, ou bien elles n'y figurent que sous une dénomination verbale. Aussi une observation plus complète obligera-t-elle souvent le physicien à corriger cet énoncé et à restreindre la portée de son application. On croyait bien, après les belles recherches de Newton sur la réfraction, connaître dans sa forme définitive la loi du phénomène, quand Erasme Bartholin, en examinant un cristal d'Islande, aperçut que la lumière qui y pénétrait s'y partageait en deux faisceaux distincts. Vus à travers ce cristal, les objets paraissaient doubles sauf en certaines positions privilégiées, et, en faisant tourner le cristal, on voyait l'une des deux images tourner autour de l'autre. Les lois de Descartes ne s'appliquaient donc pas au spath d'Islande; elles étaient « à reviser ». Il est facile de comprendre sur cet exemple pourquoi une loi scientifique est exposée à des remaniements successifs et ne peut être établie du premier coup en toute rigueur. La loi de la réfraction s'énonçait à peu près en ces termes : lorsqu'un rayon lumineux passe d'un milieu dans un autre milieu plus ou moins

réfringent, il se réfracte selon les règles de Descartes. Sous sa précision apparente, cette formule dissimulait une obscurité. Qu'était-ce qu'un milieu réfringent? Il se définissait justement par la réfraction, et si l'on entendait par là un milieu où la réfraction suivait les règles de Descartes, l'énoncé de la loi se ramenait à une tautologie. Si l'on considérait, au contraire, tout milieu transparent comme réfringent, rien ne prouvait que les milieux transparents ne se divisaient pas, au point de vue optique, en plusieurs espèces, et que les lois de la réfraction ne variaient pas de l'une à l'autre.

On peut ramener à une seule les deux principales causes d'erreur que nous avons signalées. Si nous nous trompons, c'est toujours pour avoir omis quelque circonstance nécessaire à la liaison des phénomènes, mais qui se dérobe à l'observation directe et qui, étant demeurée sensiblement constante au cours de nos expériences, ne manifeste sa présence par aucun signe. C'est l'imperfection de nos observations, plutôt que celle de nos méthodes d'induction, qui nous empêche d'atteindre du premier coup à la connaissance intégrale des lois naturelles. Nous risquons de leur attribuer une généralité trop grande, parce que quelques-unes de leurs conditions d'application nous ont échappé. Mais il suffirait de réintégrer ces dernières dans l'énoncé de la loi pour le rendre tout à fait correct. C'est donc qu'il était plutôt incomplet qu'inexact.

Nous ne sommes jamais assurés de posséder l'expression définitive d'aucune loi. Le scepticisme moderne s'en est prévalu. Pour établir l'invariabilité des lois naturelles, dit-on, l'épreuve expérimentale fait défaut. Chaque fois que l'on observera une différence dans les résultats de l'expérience, on invoquera pour l'expliquer un changement dans le groupe des circonstances inconnues. Nul ne pourra y contredire. Mais cet argument se retourne contre le dogmatisme. Où les faits sont impuissants à démentir jamais nos hypothèses, ils sont également impuissants à les confirmer. Sans doute, s'il était permis de représenter la réalité par des groupes fixes de lettres distinctes, comme le fait Mill dans son exposé des méthodes d'induction, rien ne serait plus facile que de constater si le même groupe de phénomènes antécédents est toujours suivi du même groupe de conséquents. Mais rien n'est plus artificiel que ce genre de symboles. De la réalité, nous ne saisissons jamais que quelques aspects, et, quand nous répétons une expérience, nous ne savons jamais si nous nous

sommes replacés dans les mêmes conditions. En fait, une seconde expérience dément souvent les prévisions de la première ; mais nous pouvons toujours supposer que les deux cas ne sont pas assimilables. Cette hypothèse répond à tout, mais elle ne répond à rien.

Cette argumentation nous paraît spécieuse. Si les erreurs de nos prévisions ne pouvaient se justifier qu'au moyen d'hypothèses arbitraires, personne ne croirait à la valeur objective des lois physiques. Mais, dans la plupart des cas, et les cas les plus remarquables, une observation plus complète a permis d'établir la réalité du changement de circonstances et de le définir avec précision. Pour le montrer, reprenons l'exemple de la double réfraction. Si l'observation de Bartholin avait conduit à distinguer deux sortes de milieux transparents, les milieux isotropes, qui donnent lieu à la réfraction simple et les milieux anisotropes, qui donnent lieu à la double réfraction, sans que nous puissions discerner entre eux aucune autre différence de nature ni les définir par d'autres caractères que leurs propriétés optiques, on aurait le droit de tenir en suspicion l'invariabilité des lois de la lumière. Mais, en fait, on n'a pas tardé à rattacher les propriétés optiques des cristaux à la forme géométrique qui caractérise leurs systèmes. Les corps amorphes et les cristaux du système cubique sont isotropes et la lumière qui s'y réfracte suit *toujours* les lois de Descartes. Les autres cristaux sont biréfringents. Parmi eux, il faut encore distinguer deux classes : dans ceux qui sont pourvus d'un axe principal de symétrie, le rayon ordinaire obéit encore à la loi des sinus, le rayon extraordinaire suit une loi plus complexe. Ce sont les uniaxes. Enfin, dans les cristaux des systèmes rhombique, monoclinique et triclinique, aucun rayon ne se conforme plus aux lois de Descartes. Si nous ajoutons que toutes les observations démontrent que le système d'un cristal est une condition déterminante de ses propriétés physiques, par exemple de sa conductibilité calorique, on comprendra que la division des milieux réfringents n'est pas artificielle et qu'elle n'est pas invoquée pour les besoins de la cause. Ainsi il est bien vrai que la connaissance de toutes les circonstances influentes ne s'acquiert que peu à peu ; que nous risquons toujours d'en avoir négligé quelque une et que, par conséquent, on ne doit jamais considérer l'énoncé d'une loi comme définitif et complet. Il faut abandonner, si séduisante soit-elle pour le rationalisme, la théorie classique d'après laquelle il suffit d'une expérience bien faite pour établir une loi. Mais, si l'énoncé des lois physiques subit presque toujours

une évolution, nous croyons qu'on ne peut tirer argument de ce fait contre leur valeur objective ni les considérer pour ce motif comme des symboles artificiels.

Nous avons appelé lois qualitatives celles qui définissent seulement l'allure générale du phénomène et la nature des conditions dont il dépend, et lois quantitatives celles qui représentent, au moyen de symboles mathématiques, les rapports de divers paramètres et déterminent la forme des fonctions qui les relient entre eux. Nous les avons soigneusement distinguées les unes des autres, parce que le raisonnement inductif dont elles sont la conclusion n'a pas, dans les deux cas, la même valeur. On obtient les lois mathématiques par une interpolation suivie d'une extrapolation; et ces opérations consistent en dernière analyse, comme nous le verrons bientôt, dans une application illusoire des règles de la probabilité.

La seconde partie de notre étude de l'induction nous conduira donc à des conclusions négatives. Avant de l'entreprendre, marquons l'importance des résultats acquis, en montrant que ce sont les lois qualitatives qui présentent le plus grand intérêt spéculatif et que la connaissance exacte des lois mathématiques ne nous ferait pas pénétrer beaucoup plus avant dans l'intelligence de la nature.

Quel usage la science fait-elle de ces dernières? Elles nous permettent d'abord d'interpoler. Supposons que nous observions les valeurs corrélatives de deux paramètres, par exemple l'espace parcouru par un mobile et le temps qu'il a mis à le parcourir. Nos observations en nombre nécessairement fini pourront être résumées en un tableau, où les nombres qui mesurent le temps et l'espace seront placés en regard les uns des autres. Supposons que l'on trouve une fonction y de x telle que, si l'on donne tour à tour pour valeurs à x les nombres qui mesurent le temps, y prenne toujours pour valeur les nombres correspondants qui mesurent l'espace, et que, fort de ces coïncidences, on considère cette fonction comme représentant la loi du phénomène. Alors on pourra calculer au moyen de cette formule les valeurs des variables que l'on n'a pas directement observées. La connaissance de la fonction sera plus commode et plus maniable que celle du tableau récapitulatif et ses applications pourront s'étendre beaucoup plus loin. Chaque fois en particulier que l'on mesure un phénomène par des procédés indirects on s'appuie sur des lois mathématiques déjà connues, et, pour en donner un exemple simple, on ne peut calculer

la densité d'un gaz ou d'une vapeur sans appliquer les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, la loi de la dilatation cubique du verre, etc.

Mais jusqu'ici les seuls avantages de la substitution d'une fonction à un tableau consistent dans la commodité plus grande, la facilité des applications. Ils ne sont pas d'ordre spéculatif.

A vrai dire les lois quantitatives présentent un intérêt d'un tout autre ordre. Lorsqu'un physicien construit une théorie il s'appuie sur un petit nombre d'hypothèses qui ne sont pas directement vérifiables, mais dont il déduit rigoureusement un ensemble de relations mathématiques, susceptibles d'être comparées avec les lois expérimentales. Pour que la coïncidence soit frappante entre les résultats de l'observation et ceux du calcul, il faut que l'on ait pu donner aux relations empiriques, par le moyen de l'interpolation, une forme mathématique. Par exemple, en partant de l'hypothèse Newtonnienne de l'attraction en raison inverse du carré de la distance, on retrouve les lois que Képler avait dégagées de l'observation directe des planètes et mises sous la forme de relations fonctionnelles entre les paramètres de leurs mouvements. Ainsi les lois quantitatives servent à confronter les théories avec la réalité. Mais, si elles ne nous offrent elles-mêmes de la réalité qu'une représentation inadéquate, si elles ne peuvent s'établir qu'au moyen d'interpolations arbitraires, la **concordance** de la théorie avec ces lois ne suffit plus à démontrer sa valeur objective. Lorsque deux interlocuteurs qui parlent des langues différentes sont mis en relation par un interprète connaissant mal l'une d'elles, ils ne peuvent jamais savoir s'ils se sont compris. De même nous ne sommes jamais certains que la théorie explique correctement les faits, parce que nous ne sommes jamais certains que les lois quantitatives qui ont la prétention de les représenter, et que l'on déduit aussi de la théorie, en soient bien l'expression exacte. Si donc aucune méthode rigoureuse d'induction ne nous permet de déterminer avec assurance la forme des lois mathématiques, nous devons avouer que les moyens de vérification manquent à la théorie scientifique. Mais bien d'autres raisons — à défaut de celle-là — nous imposeraient la même conclusion. Nous avons déjà établi, dans les premiers chapitres de cet ouvrage, que les théories mathématiques et mécaniques forment la partie la plus précaire et la plus fragile de l'œuvre scientifique. A vrai dire, comme on le verra dans le chapitre suivant, l'analyse *qualitative* des faits significatifs suffit, quand elle est bien conduite, à nous faire connaître de la nature tout ce que nous pouvons en savoir.

Et lorsqu'on suit cette méthode, plus modeste mais plus sûre, le symbolisme mathématique ne sert plus qu'à la simplicité de l'exposition et contribue seulement à donner au raisonnement une forme plus élégante et plus claire. La connaissance rigoureuse des lois quantitatives, que d'ailleurs nous ne pouvons pas acquérir, serait donc pour la physique expérimentale d'un bénéfice médiocre. Il lui suffit de connaître l'allure générale des phénomènes et de savoir comment les faits dépendent les uns des autres, à supposer même qu'elle ignore la nature exacte des fonctions mathématiques et la valeur des coefficients constants. Aussi n'y a-t-il aucune raison de dissimuler l'imperfection des procédés inductifs par lesquels on détermine ces fonctions et ces coefficients.

Qu'on ne se méprenne pas d'ailleurs sur notre pensée. Nous ne méconnaissions pas l'importance de la mesure et des mesures aussi précises que possible dans les sciences physiques et même dans toutes les sciences inductives. En effet, la mesure seule, directe ou indirecte, nous fournit sur les phénomènes des données bien définies et qui soient aisément comparables entre elles. Seule, elle nous permet d'apprécier avec quelque exactitude les variations des phénomènes et d'observer si elles se correspondent bien. A vrai dire, l'induction par laquelle on dégage les lois qualitatives s'appuie elle-même sur la mesure, et ses conclusions sont d'autant plus rigoureuses que celle-ci est plus précise. Dans les sciences, en un mot, il nous semble que la mesure est le *moyen* beaucoup plutôt que le *but*.

Il est remarquable que les nominalistes qui, dans ces dernières années, se sont élevés contre les prétentions du dogmatisme et se sont appliqués à représenter les lois et les théories scientifiques comme de purs symboles créés par l'esprit pour satisfaire à son besoin d'unité, pour classer et coordonner la multiplicité des phénomènes, aient toujours pris leurs exemples dans la mécanique et dans la physique, c'est-à-dire dans les sciences réputées les plus exactes. Ce n'est pas, à notre sens, qu'ils aient voulu prouver le moins en prouvant le plus et montrer la force de leur thèse en l'appliquant d'emblée aux cas les plus défavorables. Nous croyons au contraire qu'ils ont suivi d'instinct la ligne de moindre résistance. Et leur thèse eût rencontré de bien plus grandes difficultés, s'ils s'étaient efforcés de démontrer le caractère artificiel des lois de la physiologie, ou même de la psychologie et des sciences sociales. Quelques-uns d'ailleurs ont soutenu cette opinion, en apparence paradoxale, que les sciences perdent en objectivité ce qu'elles

gagnent en précision et en rigueur. En un sens pourtant ce paradoxe enveloppe une vérité incontestable. La science gagne en rigueur quand elle parvient à donner à ses lois une forme mathématique; mais elle n'y parvient en particulier qu'à la condition d'interpoler, c'est-à-dire en choisissant une solution arbitraire dans un problème indéterminé. La physique a atteint cette phase. Au contraire, la physiologie et les sciences dites morales bornent leur ambition à la découverte des lois qualitatives. Elles cherchent à connaître les vrais rapports des phénomènes, mais sans prétendre les mesurer. Aussi, malgré la complexité plus grande des problèmes qu'elles traitent, elles donnent à un moindre degré l'impression d'une construction artificielle; et il semble qu'elles se tiennent plus près de la réalité.

Ne soyons donc pas étonnés que les nominalistes aient toujours choisi leurs exemples parmi les sciences qui s'appliquent à couler les phénomènes dans des formes mathématiques. Ils ont obéi à un sentiment très juste de l'intérêt de leur thèse quand, pour montrer le caractère symbolique des sciences de la nature, ils ont toujours dirigé leur attaque contre celles d'entre elles qui pèsent et qui mesurent et qui, de ce chef, passaient pour les plus exactes et les plus rigoureuses. Mais on détournerait la plupart de leurs objections si, distinguant des sciences de formes et des sciences de faits ⁽¹⁾, et reconnaissant que les premières, selon l'expression des physiciens anglais, ne nous offrent que des modèles dont la réalité se rapproche plus ou moins, on montrait que la connaissance des lois qualitatives forme la partie vraiment solide de l'œuvre scientifique et que l'analyse qualitative nous suffit pour pénétrer assez profondément la nature des phénomènes. Nous continuerons à le faire dans le prochain chapitre. Il nous faut établir maintenant que l'induction qui fournit à la physique ses lois mathématiques manque de fondement logique et qu'elle ne peut se recommander d'aucune preuve précise tirée de la probabilité.

* * *

IV. *Les lois mathématiques.* — Le problème algébrique, qui consiste à trouver une fonction qui prenne des valeurs données pour les m valeurs également données de la variable x , a reçu le nom d'interpolation. Posé en ces termes, il comporterait une infinité de solutions. On le détermine en assujettissant la fonction $f(x)$ à

(1) C'est ce que propose M. Bouasse au début de l'article cité plus haut.

une condition supplémentaire : elle doit être, par exemple, entière et de degré m . On pourrait poser le problème de l'interpolation en termes géométriques : il reviendrait alors à faire passer une courbe par un certain nombre de points fixés d'avance, et donnerait lieu à la même remarque sur son caractère d'indétermination.

Ce n'est qu'au moyen d'une interpolation que le physicien peut relier les faits par des lois mathématiques. Si l'on prend pour coordonnées les valeurs des paramètres, la marche du phénomène peut être représentée par une courbe. L'observation fait connaître m points de la ligne continue. Avec ces seules données on se propose de la tracer. Mais pour fixer le choix entre toutes les solutions possibles on fait une hypothèse et, dans le cas le plus général, on admet *a priori* que la ligne cherchée est une courbe simple. Dès lors la question se pose en ces termes : substituer aux points trouvés des points corrigés, dont l'écart ne dépasse pas les erreurs vraisemblables d'observation, et tels qu'on puisse les relier par une courbe aussi simple que possible. Ainsi, du même coup, on redresse les erreurs d'observation et l'on trouve la loi du phénomène.

Mais que vaut l'hypothèse sur laquelle s'appuie cette méthode, celle de la simplicité des lois naturelles ? D'abord une classification des courbes ou des fonctions d'après leur degré de complexité sera toujours arbitraire, car aucun des principes sur lesquels on pourra la fonder ne s'impose. Et, de plus, il est impossible d'établir une ligne de démarcation entre les lois mathématiques simples et les lois complexes, puisque l'on s'élève par degrés insensibles des unes aux autres. Cournot l'explique très nettement. « En quoi consiste précisément, écrit-il, la simplicité d'une loi ? Comment comparer et échelonner, sous ce rapport, les lois infiniment variées que l'esprit est capable de concevoir et auxquelles, lorsqu'il s'agit de nombres, il est possible d'assigner une expression mathématique ? Le problème peut paraître insoluble en soi, et il l'est certainement pour nous, à cause de l'imperfection de nos connaissances. Toute classification de lignes sous le rapport de la simplicité n'est qu'artificielle, soit qu'on se règle sur le degré de leurs équations, sur le nombre de termes qui les composent, sur celui des paramètres qui y entrent, etc... Une parabole peut être réputée, à certains égards, une courbe plus simple qu'un cercle. Une courbe à équation transcendante, une spirale par exemple, peut être en un sens regardée comme plus simple et comme plus propre à exprimer une loi de la nature dans la production de certains phéno-

mènes, qu'une infinité de courbes à équations algébriques » (1). Mais si la notion de la simplicité mathématique est artificielle, l'hypothèse que la nature obéit à des lois simples manque tout à fait de précision. Et *à priori* elle est suspecte.

A posteriori elle est aujourd'hui insoutenable. Et l'expérience lui donne tous les jours des démentis. Pourtant elle a pendant longtemps inspiré la plus grande confiance aux physiciens. Nous avons eu déjà l'occasion d'indiquer pourquoi il en a été ainsi. Les premières relations découvertes par la physique expérimentale ont toutes présenté un caractère remarquable de simplicité, qui satisfaisait l'esprit, et cet accord entre les tendances de l'esprit et la forme des lois observées s'est maintenu longtemps. Comme il ne pouvait, en raison de sa durée même, être accidentel, on l'a considéré comme une règle fondamentale de la nature. Mais il y a une autre interprétation qui paraît aujourd'hui bien plus vraisemblable. La simplicité n'est pas le caractère nécessaire de la nature, mais c'est la condition des premières découvertes expérimentales. Tant que la technique expérimentale, en effet, reste très rudimentaire, une loi ne peut être aperçue à moins qu'elle ne frappe l'observateur par un caractère remarquable, et le caractère le plus remarquable c'est sa conformité à une relation mathématique déjà familière. Si les intervalles musicaux de l'octave, de la quinte, de la quarte et de la tierce ne pouvaient être obtenus en divisant dans un rapport simple la longueur de la corde qui donne le son canonique, Pythagore n'aurait pas découvert les premières lois arithmétiques des accords. Et cependant la théorie des intervalles musicaux, si on la poursuit, ne tarde pas à se compliquer singulièrement. Si, dans le mouvement d'un corps pesant, la vitesse n'était pas une fonction très simple du temps, Galilée n'aurait pas connu la loi de la chute des graves, car il ne pouvait mesurer expérimentalement la vitesse, mais seulement l'espace parcouru dans un laps de temps déterminé, et s'il parvint à faire l'intégration dans le cas particulièrement simple où la vitesse était proportionnelle au temps, il eût été arrêté par le calcul dans une hypothèse plus compliquée. Supposons enfin que la force exercée par le soleil sur les planètes ne puisse se représenter par une fonction simple de la distance. Comment Newton eût-il établi le principe de l'attraction à une époque où, pour le vérifier et en déduire les lois expérimentales de Képler, il devait à la fois créer les méthodes de calcul et inventer les principes de la dynamique?

(1) Cournot, *Exposition de la théorie des chances*, p. 434.

Dans l'histoire des sciences les premières lois établies sont toujours simples; c'est une règle parce que les lois simples sont plus faciles à établir. Cette circonstance a pu pendant longtemps faire illusion aux physiciens; mais on ne peut plus aujourd'hui en être dupe et considérer la simplicité comme une loi fondamentale de la nature. A mesure que les instruments de physique deviennent plus précis, on s'aperçoit qu'il est impossible de représenter par des fonctions simples les lois naturelles. On a moins de liberté, en effet, pour faire des corrections et les faits, moins sollicités, montrent moins d'aptitude à se couler dans des formes qui agréent sans doute à l'esprit, mais dont la nature ne s'est pas fait une loi.

On pensera peut-être que les lois mathématiques des phénomènes peuvent s'établir sans qu'on recoure à *a priori* à l'hypothèse abandonnée de la simplicité de la nature, et que l'interpolation se justifie par un calcul des probabilités à *posteriori*. Poisson en effet a défini les règles d'un calcul par lequel on détermine la probabilité des événements remarquables⁽¹⁾. « Lorsqu'il s'agira, dit-il, de trente boules extraites d'une urne qui contient des nombres égaux de boules blanches et de boules noires, les événements remarquables seront l'arrivée de trente boules de la même couleur, celle de trente boules alternativement blanches et noires, celle de quinze boules d'une couleur, suivies de quinze boules de l'autre couleur, etc. Dans le cas d'une trentaine de caractères d'imprimerie, rangés à la suite l'un de l'autre, les événements remarquables seront ceux où ces lettres se trouveront disposées soit dans l'ordre alphabétique, soit dans l'ordre inverse, ou bien ceux où elles formeront une phrase de la langue française ou d'une autre langue ». Si l'on peut mesurer le nombre relatif des événements remarquables, les règles du calcul des probabilités à *posteriori* permettront de déterminer la probabilité que la production de l'un d'eux n'est pas l'effet du hasard. Mais alors, que les points figuratifs d'un phénomène, obtenus par une série d'observations, soient tous à peu près situés sur une courbe familière, par exemple sur une circonférence, une ellipse, etc., c'est un événement remarquable. Et il paraît extrêmement peu probable qu'une telle disposition soit accidentelle. Ne faut-il donc pas conclure que la courbe représente bien la loi véritable du phénomène?

Mais la méthode de Poisson, bien comprise, ne conduit pas à

(1) Poisson, *Recherche sur la probabilité des jugements*, p. 114 et suiv.

une pareille conclusion. Remarquons-le d'abord; si nous sommes certainement frappés à première vue par cette méthode, c'est que nous l'appliquons nous-mêmes d'instinct dans les questions pratiques de la vie et que, d'ailleurs, l'expérience ne nous décourage pas de le faire. Mais, à vrai dire, dans ces derniers problèmes, *nous avons une donnée fort importante* et qui assure le succès de nos prévisions. Nous connaissons la nature des causes qui ont pu intervenir pour produire l'événement remarquable; nous savons, par exemple, que l'assemblage régulier des lettres a pu être le fait de l'industrie humaine et il est *à priori* vraisemblable qu'il l'a été. Aussi les hypothèses à faire pour expliquer un tel événement se trouvent-elles nettement circonscrites et définies. Nous devons supposer que le groupement des lettres a été produit soit par le caprice du hasard, soit par l'action d'une volonté consciente. Si nous estimons d'ailleurs que l'une de ces hypothèses n'est pas *à priori* beaucoup plus probable que l'autre, comme la probabilité de l'événement est très faible dans la première tandis qu'elle est égale à l'unité dans la seconde, nous n'hésiterons pas à parier pour la vérité de celle-ci. D'ailleurs, la probabilité du jugement, dont l'appréciation ne dépend pas seulement du nombre relatif des événements remarquables, mais varie avec toutes les circonstances connues, n'est pas susceptible d'être mesurée au moyen de méthodes générales.

Supposons maintenant que nous ne sachions absolument rien *à priori* sur la nature des causes susceptibles de provoquer l'événement remarquable. L'observation de celui-ci ne nous conduira à aucune conclusion précise. Que l'on me donne n points situés sur une circonférence et que l'on me demande de déterminer la probabilité de l'hypothèse qui assigne pour loi générale à ces points l'équation de cette courbe. Si le problème est posé en ces termes abstraits et réduit à ces seules données, je n'ai aucun moyen de l'aborder. A vrai dire, il n'a pas de sens. Et je ne pourrai lui en conférer un qu'à la condition de le compléter par des hypothèses accessoires que je choisirai arbitrairement.

Enfin un dernier cas peut se présenter, et c'est justement celui qui nous intéresse. Supposez que plusieurs hypothèses également vraisemblables et fort différentes les unes des autres puissent également rendre compte de l'événement remarquable. Après avoir exclu celle du hasard, parce qu'elle est peu probable, nous pourrions encore hésiter entre toutes les autres, sans qu'aucun nouveau calcul des chances nous fournisse une solution définitive. Il est bien certain que beaucoup de phénomènes physiques peu-

vent, dans la limite des approximations expérimentales, se relier les uns aux autres par des lois simples. Celles-ci sont-elles exactes et correctes ? On peut le supposer, sans doute, tant que le progrès de la technique expérimentale ne met pas le contraire en évidence. Mais on n'a pas le droit de l'affirmer, parce qu'on conçoit bien des causes sous l'influence desquelles la nature doit donner lieu à de fausses apparences de simplicité.

Cette fausse apparence peut résulter d'abord, comme nous l'avons dit, des circonstances subjectives de notre observation, si les rapports approximativement simples — comme il doit même s'en rencontrer, par accident, dans une nature qui ne s'est pas fait de l'économie des moyens une loi absolue — sont pour nous les plus faciles à saisir. En outre, il arrive souvent que des phénomènes très confus, par cela même qu'ils sont confus, semblent présenter une disposition particulièrement régulière pour celui qui ne perçoit que leurs résultats moyens ou leur apparence globale. L'ordre est ici la conséquence de la loi des grands nombres. Nous avons eu déjà l'occasion d'en donner des exemples. Les jeux de hasard nous en offrent un autre assez curieux : le joueur voit qu'à la roulette, en un très grand nombre de coups, la rouge gagne à peu près aussi souvent que la noire. Il croit alors qu'une loi simple, une sorte de tendance à l'équilibre, règle le sort des chances contraires, au point de supposer naïvement que la couleur en retard doit *se rattraper* et de baser son jeu — un jeu de dupe — sur cette idée fausse ⁽¹⁾.

Souvent aussi la relation simple n'est qu'une limite, dont se rapproche la loi véritable des phénomènes, lorsque ceux-ci, à leur tour, réalisent de mieux en mieux, mais toujours incomplètement, certaines conditions idéales. La loi de Mariotte nous offre de ce cas, sans doute très général, l'illustration la plus claire.

Nous pouvons enfin imaginer une dernière cause qui explique

(1) Il est évident que chaque couleur conserve, même après une série plus ou moins longue de coups favorables, les mêmes chances que l'autre. « Tous les coups sont nouveaux », indépendants les uns des autres, et le passé n'influe pas sur l'avenir du jeu. C'est d'ailleurs l'hypothèse même sur laquelle s'appuie le calcul, quand on établit que l'écart relatif décroît comme la racine du nombre des coups, et qu'on retrouve ainsi, sous sa forme précise, le résultat qui frappe le joueur. L'illusion si tenace de celui-ci et si fâcheuse, parce qu'elle est la source de toutes les martingales et de cette conviction naïve qu'on peut créer une méthode pour gagner aux jeux de hasard, cette illusion provient de la difficulté qu'il éprouve à comprendre que l'équilibre observé dans les résultats d'un grand nombre de coups soit obtenu autrement que par l'action régulatrice d'une loi simple.

l'apparente simplicité de certaines lois naturelles. Expliquons-le par un exemple. On retrouve les lois de la réflexion et de la réfraction, par les méthodes de Héron et de Fermat, en supposant que la lumière se transporte d'un point à un autre soit dans le temps le plus court, soit par le chemin le plus court. Mais cependant cette relation remarquable est bien loin d'exprimer toute la réalité complexe du phénomène. A vrai dire, la lumière se propage dans toutes les directions, sous forme d'ondes élémentaires. Mais en raison de la périodicité du phénomène, celles-ci se détruisent mutuellement, à moins qu'elles n'arrivent au même point à des phases égales, auquel cas elles se renforcent. Or ce renforcement ne se produit justement que dans une direction privilégiée, celle qui correspond à la ligne de plus court chemin, ou de plus courte durée de parcours. Ainsi cette relation si frappante, et que l'on serait bien tenté de prendre d'abord pour une loi organique de l'optique, au lieu de traduire un caractère primitif du phénomène, exprime seulement la condition sous laquelle les effets, en s'accumulant, deviennent sensibles pour nous. Remarquons d'ailleurs que notre exemple a sans doute une portée très générale. En effet, nous ne percevons pas tout le détail des choses, mais leur ensemble. Or, pour que les faits élémentaires donnent lieu à une impression d'ensemble, il faut qu'ils se superposent et se renforcent. Et ceux-là seuls pourront le faire qui présentent, parmi tous les autres, un caractère *singulier*, par exemple un caractère de maximum ou de minimum. En sorte que la perception effectue une sorte de sélection ou de triage et ne nous laisse saisir, parmi les faits élémentaires et confus, que ceux-là seuls qui ont le privilège d'une forme plus régulière ou plus remarquable. Et c'est encore une des raisons pour lesquelles beaucoup de lois de la physique peuvent s'exprimer, dans les limites des approximations expérimentales, par des relations mathématiques simples.

Pour bien marquer l'exacte portée de nos conclusions, il nous faut rappeler que, dans les pages précédentes, nous nous sommes borné à considérer l'hypothèse de la simplicité des lois naturelles dans ses rapports avec le problème de l'induction. Nous croyons avoir établi qu'elle était *inutilisable* au cours de la recherche expérimentale. Mais il n'en résulte pas que, dans le fond, elle ne soit pas *vraie*. Le physicien ne doit pas en faire usage. Mais le métaphysicien peut l'adopter sans encourir aucune de nos critiques. On conserve, bien entendu, le droit de penser que les lois de la

nature, considérés à leur source et dans leurs premiers principes, satisferaient l'esprit par l'éminente simplicité de leur forme. Sans doute l'expérience ne prouvera jamais rien en faveur de ce postulat; mais, par contre, elle ne prouvera rien contre lui. Car, de toute évidence, notre observation n'atteint pas au cœur des choses, et les relations que nous dégageons, par l'emploi des méthodes expérimentales, ne sont que des conséquences plus ou moins lointaines des principes premiers. Or l'ordonnance régulière et mathématique, qui se découvrirait peut-être dans les lois fondamentales, pourrait fort bien ne plus apparaître dans les lois dérivées. Par conséquent, quelque métaphysique que l'on adopte, celle-ci n'offrira sur ce point aucun appui solide à la recherche expérimentale. Car, au demeurant, il nous est impossible de prévoir *a priori* quel degré de simplicité nous pouvons attendre de la nature, dans la zone où nous l'explorons.

Ces remarques faites, nous pouvons accorder, sans rien changer à nos conclusions, que le postulat de la simplicité, encore qu'il soit difficile d'en préciser jusqu'au bout le sens, s'impose inévitablement à une philosophie rationaliste. Si la nature est intelligible à la pensée (et nous croyons, pour notre part, qu'elle l'est en droit), si ses lois constitutives sont fondées en raison, il faut bien que chacune d'elles se distingue par un caractère insigne; sans quoi rien ne l'appellerait plus qu'une autre au rôle qu'elle joue. Or, justement, les formes mathématiques, ou les courbes géométriques en lesquelles on peut les traduire, présentent des propriétés remarquables, par lesquelles elles se séparent de la multitude des formes ou des courbes voisines, mais irrégulières. Il nous semble donc qu'elles sont propres à représenter les lois fondamentales de la nature. Mais ce point de vue, en quelque sorte finaliste, doit rester étranger au physicien. Car celui-ci, nous le répétons, n'est point placé assez près de la source des choses, pour que de telles hypothèses sur la forme des premiers principes puissent lui être d'aucun usage.

D'ailleurs une comparaison avec un autre problème achèvera de préciser notre pensée. Euler avait cru découvrir une méthode nouvelle pour déterminer les lois des mouvements ⁽¹⁾. S'inspirant de cette idée que le monde a été construit par une intelligence infiniment sage et qui n'a pu rien laisser au hasard, il en concluait que l'on devait découvrir dans tous les phénomènes mécani-

(1) Euler, *Methodus inveniendi lineas curvas maximi minimive proprietate gaudentes*, Lausannæ, 1774.

ques une propriété remarquable de maximum ou de minimum. En la traduisant sous forme analytique, on obtiendrait l'équation du mouvement. Ainsi, dans sa pensée, les effets mécaniques, comme d'ailleurs tous ceux de l'univers, pouvaient s'expliquer soit par l'action des causes efficientes, soit par celle des causes finales. Sans doute la méthode d'Euler a été féconde, en raison des problèmes mathématiques qu'elle a conduit à poser. Mais il n'en est pas moins vrai que, dans son principe et en tant qu'on l'applique systématiquement à l'étude du mouvement, elle est certainement vicieuse. Si l'on retrouve, en général, dans les phénomènes du mouvement, certaines propriétés de maximum ou de minimum, cela peut s'expliquer toujours, sans recourir à aucune idée de finalité, par les principes habituels de la mécanique, dont elles ne sont alors qu'une conséquence. (Qu'un système de poids, par exemple, soit en équilibre quand son centre de gravité est le plus bas possible, cela résulte clairement de la loi des travaux virtuels). Et ce qui prouve bien que l'hypothèse métaphysique d'Euler est, dans ces problèmes, tout à fait inopportune, c'est qu'elle reste très vague et très indéterminée; qu'il est impossible de décider *à priori*, et sans faire usage de la mécanique classique, quel élément du mouvement doit présenter ce caractère de maximum ou de minimum, pour témoigner de la sagesse du Créateur. Est-ce à dire que la métaphysique d'Euler mérite d'être condamnée? Point du tout, et la question serait tout autre. Ce qu'il faut condamner seulement, c'est l'intervention de telles préoccupations dans les théories de la mécanique. Celle-ci, en effet, dégagée peu à peu de l'expérience, ne pénètre pas assez avant dans l'intelligence des choses, pour que l'économie dernière, le plan essentiel de l'univers, puisse encore se révéler à elle. Aussi, dans la sphère de ses recherches, des idées métaphysiques sur la forme de ce plan risquent plus de l'égarer que de la servir.

Le problème de la simplicité des lois naturelles présente des analogies qu'il est inutile de souligner davantage avec celui des maximum et des minimum dans les phénomènes de mouvement. L'examen critique de l'un et de l'autre conduit aux mêmes conclusions. Les postulats métaphysiques ne sont pas à l'usage des physiciens. Quelle que soit leur valeur interne, les conséquences qu'on serait tenté d'en tirer relativement au caractère des lois dérivées, les seules qui nous soient accessibles, pourraient plus d'une fois nous induire complètement en erreur.

Lorsque nous pouvons, sans changer trop sensiblement leurs valeurs, relier par une loi mathématique simple les nombres qui

figurent dans une table d'observation, nous sommes certainement très frappés de ce résultat. Nous sommes enclins à admettre sans critique que cette relation mathématique représente exactement la loi du phénomène. Mais il y a là une illusion de l'esprit contre laquelle il est bon d'être mis en garde. Nous avons essayé de montrer, par une analyse sans doute un peu laborieuse et compliquée au gré du lecteur, que la conclusion où l'esprit se porte spontanément ne peut cependant se justifier par aucun raisonnement rigoureux.

Ainsi, nous ne pouvons jamais connaître qu'approximativement le tracé de la courbe qui représente une loi phénoménale. Nous pouvons la construire par points et, à mesure que nos observations se multiplieront, la ligne polygonale qui réunit tous les points obtenus se rapprochera de plus en plus de la courbe vraie : à la limite, elle se confondrait avec elle. Si, d'ailleurs, par tous les sommets de ce polygone, nous pouvons faire passer une courbe géométrique, il sera très avantageux de se servir de son équation comme d'une expression approchée de la loi. En effet, cette expression mathématique sera très maniable; elle permettra de déduire les conséquences de la loi sous la forme très élégante d'un calcul; enfin, elle nous fera connaître à peu près les valeurs intermédiaires des variables que nous n'aurons pu directement mesurer. Ainsi l'interpolation se justifie par des raisons de commodité. Elle est très légitime tant qu'on ne lui demande qu'une connaissance approchée du phénomène.

Par contre nous ne savons pas du tout si, au delà des limites de l'observation, la courbe géométrique continue encore à représenter approximativement la loi du phénomène, si elle ne s'éloigne pas considérablement de la courbe vraie. Il serait tout à fait arbitraire, par exemple, d'appliquer aux très petites distances, aux distances moléculaires, la formule de l'attraction Newtonienne. L'extrapolation est une opération hasardeuse; elle ne peut se justifier logiquement, et très souvent l'expérience dément ses résultats. Pour n'en donner qu'un exemple, d'ailleurs bien connu, les lois de Mariotte et de Gay-Lussac deviennent tout à fait inexactes au voisinage des points de liquéfaction des gaz.

CHAPITRE III

Des limites de la connaissance scientifique.

La réflexion peut s'attacher à deux sortes d'objets bien distincts, des idées ou des faits, et elle produit ainsi deux formes de connaissances inégales en perfection, la connaissance logique et la connaissance empirique.

La pensée logique, dont on trouve dans les mathématiques les exemples les plus achevés, s'applique à l'analyse de notions toutes constituées et nettement définies. Celles-ci sont l'œuvre de l'esprit et il suffit à l'esprit de prendre conscience de son œuvre, de retrouver, sans en omettre aucun, la série des jugements par lesquels il a progressivement déterminé chaque idée et d'en saisir les ramifications, de déployer et en même temps d'embrasser d'une seule vue tout le contenu ⁽¹⁾ des définitions. En procédant ainsi, l'esprit ne réalise à vrai dire aucune acquisition nouvelle, mais il met en valeur et fait fructifier ses propres connaissances. Il donne une forme explicite à des rapports implicitement posés par lui. A cette analyse des idées on donne le nom de déduction. En voici un exemple très simple. Soit à démontrer que dans une circonférence la tangente est normale au rayon. La notion de la tangente implique qu'elle n'a qu'un point distinct A commun avec la circonférence. La notion de la circonférence — lieu des points équidistants du centre — implique que le point A est le seul, sur la tangente, situé à une distance du centre égale au rayon, soit r . La notion de la distance d'un point à une droite implique enfin que le rayon est la distance du centre à la tangente, ou en d'autres termes qu'il est perpendiculaire à la tangente. On aperçoit clairement sur cet exemple le mécanisme de la déduction; on peut la définir comme une analyse d'idées, mais une analyse progressive.

⁽¹⁾ Nous appelons contenu d'une notion les éléments de sa compréhension. Le lecteur trouvera dans le *De vi propria syllogismi* de M. Rodier une théorie complète du syllogisme en compréhension.

C'est une lumière qui se concentre, pour les éclairer, sur les éléments d'une notion et sur les éléments de ces éléments.

Bien autrement délicate nous apparaît la connaissance empirique et elle est bien loin de pouvoir prétendre à des résultats aussi décisifs. Ici la réflexion s'applique aux objets de la perception. Or, pour la doctrine idéaliste à laquelle nous nous rattachons et dont nous ne nous sommes pas d'ailleurs proposé dans cet ouvrage d'établir les thèses fondamentales, la perception est une des formes de la pensée confuse. Elle embrasse une infinité de rapports, inextricablement enchevêtrés les uns dans les autres et que l'esprit ne sait pas d'abord discerner. La science représente un effort pour prendre conscience de cette pensée qui ne se connaît pas elle-même. En termes plus précis, elle a pour objet de retrouver chacun des jugements par lesquels s'affirme cette pensée latente et l'ordre dans lequel ils s'enchaînent; d'expliquer aussi, par les conditions particulières à chaque sujet (psychologiques et physiologiques) ses propres défaillances et l'obscurité qui règne dans ses représentations. Car, remarquons-le en passant, si nos perceptions sont le plus souvent indécises et hésitantes, on peut, dans quelques cas privilégiés, en rendre raison et rattacher à des circonstances bien définies (par exemple l'imperfection des organes des sens) la cause de cette incertitude. Mais de quels moyens la science dispose-t-elle et jusqu'à quel point sa tentative peut-elle réussir ?

Nous avons décrit dans les précédents chapitres les procédés de la recherche expérimentale. En se plaçant dans les conditions les plus favorables, celles de l'observation scientifique, on parvient à distinguer avec plus de netteté certains rapports et, par un calcul instinctif des probabilités, dont il est d'ailleurs possible de retrouver et de justifier les principes, on est conduit à les concevoir comme nécessaires. Il faut entendre par là, selon nous, qu'ils sont posés par la pensée en vertu de sa constitution et ne peuvent pas ne pas être posés. En tant que nécessaires, ils sont généraux, puisqu'ils ne peuvent pas ne pas être posés et seront par conséquent toujours posés. Et ils sont abstraits, puisqu'on les a obtenus en les dégageant et les isolant d'une multitude d'autres relations.

D'ailleurs nous pouvons considérer des lois abstraites comme réelles, sans nous exposer à tomber dans l'illusion que signale le nominalisme, et dans laquelle il croit découvrir la grande naïveté de la philosophie intellectualiste. D'après elle, dit-on, « les lois

existeraient empreintes dans les faits comme la trace d'un cachet sur la cire... Voilà encore une conception matérialiste faisant de la loi une chose » (1). Mais, nous nous gardons bien de faire d'un rapport abstrait une chose, car une chose existe en elle-même et se suffit à elle-même, tandis que, dans notre conception idéaliste, ce rapport est posé par la pensée à un moment déterminé de son mouvement dialectique, et ce moment, qui est commandé par d'autres moments, en commande d'autres à son tour. En un mot, c'est un acte de la pensée qui a sa place marquée dans la pensée totale.

Dans notre étude de la méthode empirique, nous croyons n'avoir dissimulé aucune des difficultés qu'elle rencontre. On se rappelle qu'elles sont essentiellement de deux sortes : 1° la loi exprime que deux faits varient en fonction l'un de l'autre. Mais nous ne pouvons définir la forme mathématique de la fonction qu'au moyen d'une interpolation toujours arbitraire ; 2° les termes que nous relions par une loi restent en partie indéterminés, et l'énoncé de la loi ne peut jamais s'achever complètement. En effet, ces termes eux-mêmes ne peuvent être définis que par de nouveaux rapports et de nouvelles lois, et ainsi de suite. Si bien qu'avant d'avoir terminé l'analyse complète de l'expérience, nous sommes obligés de nous arrêter devant certains faits de perception qui restent pour nous l'objet d'une connaissance confuse et dont nous devons renoncer provisoirement à mieux pénétrer la nature. Supposons, par exemple, que nous formulions la loi de la propagation de la lumière dans le vide. Une foule de questions se posent auxquelles nous ne pourrions pas donner une réponse complète. Qu'est-ce que la lumière ? Qu'est-ce que le vide interplanétaire ? Qu'est-ce qu'un rayon lumineux ? Il faudra nous contenter de définitions très empiriques et ambiguës puisqu'elles manquent de précision. Aussi avons-nous vu, dans un précédent chapitre, que cette imperfection des énoncés était la cause des principales erreurs d'induction. La méthode empirique va des parties au tout, mais aucune des relations qu'elle obtient ne peut recevoir à aucun moment une expression définitive, puisque dans un système de rapports tout tient à tout, et que la connaissance distincte des parties n'est pas possible sans celle du tout.

Prenons cependant telle quelle la connaissance empirique qui, malgré ses incertitudes, forme la partie la plus solide et la plus

(1) Le Roy, *Science et philosophie, rev. de mét. et de mor.*, sept. 1899, p. 518.

objective de la physique. Nous allons nous demander maintenant si, en s'appuyant sur elle, on ne peut pas la dépasser et découvrir plus profondément l'essence des phénomènes. Est-il possible au physicien de construire une théorie qui coordonne les lois empiriques et qui, en les rattachant à des principes plus internes dont elles seraient la conséquence, lève les indéterminations que laissent subsister leurs énoncés?

Bien entendu, nous ne donnons point, dans ce passage, à la notion de l'essence une signification absolue, et il ne saurait être question pour nous de rechercher si la science peut nous découvrir le fond des choses et s'élever de la physique à la métaphysique. Dans notre pensée, la notion de l'essence est relative comme celle du genre et de l'espèce. Mais, pour bien poser le problème que nous envisageons, il importe de dégager avec précision son caractère logique. A quelle condition certains principes nous apparaîtront-ils comme plus essentiels que d'autres? On ne peut faire qu'une réponse : à condition que les seconds soient impliqués dans les premiers, sans que, bien entendu, la réciproque soit vraie, sinon leurs énoncés formeraient deux groupes de propositions équivalentes. Il en résulte que le concept le plus essentiel est aussi le plus riche, le plus complet, le plus compréhensif, puisqu'une analyse qui n'en épuise point le contenu découvre en lui le concept le moins essentiel. Si, d'ailleurs, dans les sciences physiques, les lois empiriques ne nous suffisent pas et si nous cherchons à remonter jusqu'aux principes, c'est que, ceux-ci embrassant plus de connaissances, on peut en déduire toutes les relations expérimentales et aussi un grand nombre d'autres relations que l'expérience n'a pas encore vérifiées, ou même qu'elle ne pourrait, par aucun moyen pratique, vérifier. Les lois de Képler déterminaient complètement les mouvements des planètes. La théorie de Newton les rattache à des principes plus internes, parce qu'elle pousse plus loin l'intelligence du phénomène; elle distingue, en effet, les deux groupes de conditions dont il dépend : d'une part la nature et la valeur des forces attractives, d'autre part les circonstances initiales, position et vitesse de la planète, et elle nous apprend à les combiner. Aussi ne nous fait-elle pas seulement prévoir la forme du mouvement actuel des planètes; elle détermine encore leur trajectoire, leur vitesse angulaire, le temps de révolution dans toutes les conditions initiales que l'on peut imaginer. L'optique de Fresnel définit la nature des perturbations dont chaque point lumineux est le centre; elle nous apprend à les composer entre elles, à former la surface d'onde, à

suivre sa marche dans chaque milieu et sur les confins de deux milieux différents. Elle reconstitue tout le phénomène de la lumière et remonte jusqu'aux petites modifications dont nous ne percevons que les résultats moyens. Aussi, en même temps que la théorie, au cours de son développement, situe à leur place les faits grossiers de notre expérience, elle en décrit une multitude d'autres plus déliés que nous ne pourrons jamais saisir par le moyen de nos sens.

En un mot, les principes qu'invoque chaque théorie physique se rapprochent davantage de l'essence que les lois empiriques, parce qu'ils définissent plus complètement les relations dont la trame constitue la nature des phénomènes, parce qu'ils sont plus compréhensifs et, partant, embrassent non seulement le connu, mais aussi une partie de l'inconnu, non seulement l'expérience actuelle, mais l'expérience possible.

Mais, quand on a bien compris le caractère des principes, on s'aperçoit aussitôt que la recherche d'une théorie objective soulève un problème paradoxal : il s'agit, en effet, connaissant la partie de déterminer le tout, connaissant le moins de déterminer le plus. Ne nous demandons pas comment le physicien imagine les hypothèses théoriques ; mais cherchons quel genre de preuve il peut invoquer en leur faveur. Il établira que l'on peut en déduire correctement les lois expérimentales. Mais c'est une garantie bien insuffisante de leur valeur, puisque le vrai peut se conclure du faux. On fera peut-être observer que des principes vrais et faux se différencieront toujours en quelque manière les uns des autres et qu'ils ne pourront comporter exactement les mêmes conséquences, sans quoi ils seraient tout à fait équivalents. Sans doute. Mais cette remarque est sans portée, parce que nous ne pouvons justement comparer aux hypothèses théoriques qu'un nombre limité de relations expérimentales, lesquelles sont bien loin d'exprimer toute la nature des phénomènes et de représenter toute l'expérience possible. Nous avons montré déjà que les lois empiriques laissent partiellement indéterminée la nature des termes qu'elles unissent. On comprend alors que ces relations formelles puissent entrer à la fois dans le cadre de plusieurs théories incompatibles, qui donnent des termes une interprétation différente, tout en conservant entre eux les mêmes rapports. L'optique géométrique, par exemple, invoque la notion de rayon lumineux, sans que l'expérience en puisse préciser le sens. Comment s'étonner alors que la théorie de l'émission et celle des ondulations, qui définissent chacune à leur manière le rayon

lumineux, la surface réfléchissante, le milieu réfringent, retrouvent l'une et l'autre les lois géométriques, sans que les faits puissent les départager?

On essaiera peut-être de justifier la théorie scientifique par un raisonnement de probabilité. Nous verrons plus loin dans quelles conditions et dans quelle mesure il est, en effet, légitime d'invoquer un pareil argument. Montrons pour l'instant qu'il y a bien des précautions à prendre. Si l'on observe, dira-t-on, entre la théorie et l'expérience, un grand nombre de points de concordance, n'est-on pas en droit de présumer qu'elle est bien fondée et vraie dans ses éléments essentiels? Et sa probabilité ne croît-elle pas, à mesure que ses prévisions se trouvent plus souvent vérifiées? Mais il y a ici une réserve à faire. La théorie est créée par le physicien dans l'intention de coordonner un ensemble de relations déjà connues. Or, le succès de son entreprise, si complet qu'il soit, ne suffira pas à démontrer l'objectivité de ses principes, parce que leur choix ne s'imposait pas à lui, et que le problème, dont ils représentent une solution, se posait en termes indéterminés. La logique peut l'établir avec ses seules ressources. Les principes, répétons-le, sont plus essentiels, plus compréhensifs que les lois empiriques; ils embrassent plus de connaissances; il est donc impossible qu'ils soient impliqués dans celles-ci (¹). Ils ne le sont pas davantage que l'espèce n'est contenue dans le genre. On devra donc admirer la théorie scientifique comme une œuvre d'art, si elle paraît bien adaptée à son but. Mais la perfection de son agencement ne prouve point encore que ses hypothèses soient fondées en nature, et qu'elles expriment bien la forme de l'expérience possible.

Le succès de la théorie nous impressionne davantage lorsqu'elle rend bien compte des faits nouveaux, inconnus du physicien qui l'a créée, lesquels se rangent spontanément dans des cadres que l'on n'avait point construits pour eux. Mais, outre qu'il est difficile d'apprécier exactement la portée d'une pareille preuve, puisque la probabilité qu'elle confère aux hypothèses ne se laisse pas mesurer, son application nous semble particulièrement délicate. Et la théorie mécanique par exemple ne se prête certainement pas à cette méthode de démonstration.

Il ne faut pas en effet se représenter celle-ci comme un système rigide; elle se modifie sans cesse, au contraire, se complique, se corrige, s'adjoint de nouvelles hypothèses, rectifie ses hypothèses

(¹) Au point de vue de la compréhension, s'entend.

primitives, ou les abandonne à mesure que nos connaissances empiriques s'étendent et que nous essayons de les coordonner aux principes théoriques. On l'a fort bien montré avant nous. Et les exemples que nous en avons déjà donnés dans la première partie de cet ouvrage nous dispensent d'insister sur ce point. La théorie mécanique, peut-on dire, est perpétuellement en voie d'évolution et d'adaptation. On la déclare bonne quand on en a éprouvé la souplesse, mauvaise dans le cas contraire. Mais si l'on prétendait lui attribuer une signification objective, cette faculté d'accommodation ne fournirait qu'une preuve bien insuffisante de sa valeur.

Il nous paraîtrait inutile de revenir sur notre analyse, dont les conclusions paraissent s'imposer nécessairement, s'il ne nous restait quelques préjugés à combattre et quelques expressions vicieuses à corriger. Nous nous sommes appuyé sur cette idée que les concepts théoriques, s'ils expriment plus profondément l'essence des phénomènes, sont plus compréhensifs et plus riches en déterminations. Or, l'on dit souvent que la théorie physique substitue aux lois empiriques des principes plus simples, et nous verrons même plus loin que, pour certains auteurs, son grand mérite consiste à réaliser une économie de pensée. Entre les deux affirmations, n'y a-t-il pas contradiction? D'ailleurs, ne présente-t-on pas couramment les principes comme plus généraux? Et la logique ne nous enseigne-t-elle pas que l'extension et la compréhension des notions sont en raison inverse l'une de l'autre?

Répondons d'abord sur le premier point. Il suffit de remarquer, pour lever la contradiction, que le *contenu* d'une notion peut être plus riche, tandis que son *expression* est plus simple. En voici un exemple tout à fait clair. Soit A le concept d'une courbe plane complètement définie par son équation : $f(x, y) = 0$. Considérons n points de cette courbe, et formons le concept B de la ligne passant par ces n points. Il y a toute une famille de courbes satisfaisant à ces conditions. Et la notion B est plus extensive que la notion A. Inversement, il est clair que la compréhension de celle-ci est plus grande, puisque seule elle embrasse toutes les déterminations de la figure. Cependant sa définition peut recevoir une expression beaucoup plus simple et se formuler en termes beaucoup plus concis, surtout si le nombre des points est un peu considérable et si, au contraire, le nombre des paramètres de la courbe A est petit. Cette simplicité plus grande que l'on obtient dans la définition de la courbe explique d'ailleurs l'avantage que

l'on trouve à interpoler. Nous montrerons que cette remarque s'applique exactement aux principes de la théorie physique en discutant le second point.

Ces principes sont-ils vraiment plus généraux que les lois empiriques? A y regarder de près, rien de plus impropre, ou du moins rien de plus ambigu que cette expression. On ne saurait dire à la rigueur que le principe de l'attraction Newtonienne est plus général que les lois de Képler, puisqu'il est impossible qu'un mouvement vérifie les relations de Newton sans vérifier celles de Képler, tandis que la réciproque ne renferme du moins aucune contradiction logique. Le concept de l'attraction nous apparaît donc comme moins extensif. C'est qu'en effet il est plus complet et détermine plus parfaitement le phénomène mécanique. Aussi, puisque nous avons défini la déduction comme une analyse de concepts, la décomposition d'un tout donné en ses éléments, les lois de Képler peuvent se déduire du principe, au lieu que le contraire serait tout à fait impossible. Voici maintenant la source de la confusion que nous essayons de dissiper. La théorie de Newton, par cela même qu'elle analyse plus profondément les conditions du mouvement planétaire, qu'elle distingue celles qui sont communes à tous les phénomènes d'attraction et celles qui sont particulières à chacun (et qui dépendent des masses en présence et des circonstances initiales, positions et vitesses), se montre capable de reconstituer toutes les espèces possibles de mouvements attractifs; et, par conséquent, de ce point de vue, elle embrasse un plus grand nombre de cas que les lois de Képler qui, nées de l'observation, ne s'étendent qu'aux révolutions actuelles des planètes. Mais cette généralité, en un sens plus grande, résulte de la forme de la théorie, *qui énonce collectivement les lois d'une infinité d'espèces*. Il n'en reste pas moins vrai qu'elle nous fournit de chacune d'elles un concept plus déterminé et par conséquent moins formel et moins général ⁽¹⁾.

Les préjugés que nous essayons de détruire remontent très loin. Ils ont leur origine dans la philosophie de Descartes, qui identifiait le simple, le général et l'essence, et croyait « qu'il suffirait de juxtaposer les natures simples pour constituer les choses » ⁽²⁾. Ceux qui conservent, peut-être à leur insu, le souvenir de la

(1) Toutes ces difficultés de langage et toutes ces chances de confusion disparaîtraient si à la logique classique, qui repose sur l'extension, on substituait une logique en compréhension.

(2) Hamelin, *Essai sur les éléments principaux de la représentation*, p. 23.

pensée Cartésienne supposent souvent, sans le discuter, que l'on peut, de généralisations en généralisations, s'élever jusqu'à la connaissance des principes qui expriment les propriétés les plus essentielles. Nous possédons par exemple la loi d'équilibre du levier, celle du pendule, celle d'un point pesant placé sur une surface, etc... *Oublions* les circonstances propres à chacun de ces phénomènes mécaniques, et ne retenons que la condition qui leur est commune à tous, nous obtiendrons la loi des travaux virtuels, qui est un principe. Sans doute, la méthode de comparaison est féconde; elle commande à vrai dire toute la recherche expérimentale. Mais il ne suffit pas d'*oublier*, pour découvrir l'essence. Dans l'exemple que nous avons cité, le principe des travaux virtuels — en raison même de sa très grande généralité — se montre incapable de déterminer à lui tout seul un seul cas d'équilibre, puisqu'il faut toujours lui adjoindre la connaissance des forces de liaison. Et pour être très apparente, cette restriction n'en est pas plus négligeable. Avant de pénétrer jusqu'au cœur du sujet, il est d'ailleurs facile de montrer que la théorie physique ne se construit certainement pas par voie de généralisation. Nous observons la réflexion et la réfraction. La théorie scientifique se bornera-t-elle à marquer une analogie entre ces phénomènes et les mouvements d'un projectile qui frappe un mur ou pénètre dans une masse fluide? A coup sûr, non. La théorie de l'émission elle-même, qui nous représente la lumière comme une multitude de petits projectiles lancés dans toutes les directions, s'appliquera, pour rendre compte de tous les phénomènes de l'optique, la double réfraction, les franges des plaques minces, la polarisation, etc..., à distinguer les propriétés particulières de ces « boulets » et des milieux qu'ils traversent; elle concevra des pôles, des moments de facile accès ou de facile réflexion, etc... En un mot, son effort consistera à *différencier* les problèmes de l'optique et ceux de la mécanique des projectiles. L'essence, en effet, se définit par l'ensemble des propriétés et leurs relations de dépendance mutuelle; elle ne se réduit pas aux attributs les plus généraux. Et si la théorie physique nous fait pénétrer plus avant que les lois expérimentales dans la connaissance des choses, c'est apparemment qu'elle nous en présente un concept plus détaillé et plus complet.

Il faut reconnaître néanmoins que la physique mécanique a cru tout d'abord réaliser la conception Cartésienne de la science. Quoiqu'elle ait invoqué au cours de ses tentatives d'explication bien des principes différents, elle a toujours reconnu les deux

postulats suivants : 1° quand on dépouille la matière de ses qualités secondes, elle apparaît comme homogène ; ses éléments ne présentent plus aucun caractère différentiel ; 2° les actions qu'un ensemble d'éléments matériels exercent sur l'un d'eux s'ajoutent les unes aux autres comme les termes d'une somme. C'est le principe de l'indépendance des forces. Si l'on veut pousser la thèse jusqu'au bout, on sera amené (du moins dans une conception atomistique) à se représenter un corps comme un système de points matériels absolument identiques. Il faudra, comme le fait par exemple de Saint-Venant, réduire la masse elle-même au nombre des points mobiles. Alors, par une raison de symétrie, les actions qui s'exercent entre deux d'entre eux doivent être dirigées suivant la droite qui les joint, égales et de sens opposé. Elles ne peuvent varier qu'avec la distance ; et une seule formule les déterminera une fois pour toutes. Enfin, il suffira de composer entre elles, suivant la règle des vecteurs, les actions élémentaires pour obtenir l'action totale. En un mot — dans cette conception — une loi unique régit tous les phénomènes physiques et permet à qui la possède d'en prévoir toujours la forme. Les divers systèmes matériels, en effet, ne se distinguent les uns des autres que par des circonstances accessoires : le nombre des points, leur disposition initiale. La différenciation se fait par l'accident. Aussi peut-on, dans la doctrine mécaniste, confondre le principe le plus général avec le plus essentiel. Mais à quel prix a-t-on pu obtenir ce résultat ? A la condition de supposer que, sous le mirage des apparences sensibles, le monde physique n'est en réalité que la juxtaposition indéfinie et la répétition uniforme d'un même fait élémentaire.

Nous n'avons pas l'intention de critiquer ici la conception mécanistique. Mais il est facile de montrer que, vraie ou fausse, elle ne suffit pas à assurer les fondements d'une physique déductive. Nous n'aurons d'ailleurs sur ce point qu'à rappeler les conclusions de la première partie de cet ouvrage. Que l'on adopte les principes mécaniques que l'on voudra. Comment s'y prendra-t-on pour leur rattacher les lois expérimentales de chaque ordre de phénomènes ? Construera-t-on la machine ? Certainement non, car c'est un problème dont la complexité dépasse les forces humaines. On posera le système général des équations, et on l'adaptera à l'objet que l'on étudie par une série d'hypothèses algébriques, auxquelles il serait le plus souvent difficile de trouver une claire signification mécanique. Cet ensemble d'hypothèses formera dans chaque cas la théorie physique proprement dite. Mais elles sont suggérées par la connaissance anticipée des faits, dont on s'applique à re-

trouver les lois. Et comme elles ne résultent en aucune façon des principes généraux, mais reconnaissent une autre origine, on ne saurait dire, sans abuser des mots, que la théorie physique est déduite de la mécanique. A supposer même que nous tenions les deux bouts de la chaîne, les vrais principes et les lois expérimentales, il ne faut pas croire qu'un calcul rigoureux permettrait de les rattacher les uns aux autres. Mais un grand nombre d'hypothèses secondaires s'introduisent inévitablement dans le calcul et guident la marche de la déduction. Ainsi dans le cas même où la théorie physique emprunte à la mécanique ses équations générales, elle est encore bien loin de nous donner une explication mécanique des phénomènes physiques.

Mais la théorie scientifique, si elle ne fournit pas l'explication mécanique des phénomènes, n'a-t-elle pas du moins pour objet d'établir qu'une telle explication est *possible*? Telle est, du moins, la pensée que M. Poincaré prête à Maxwell. Il s'agirait de montrer que les relations expérimentales peuvent se mettre sous la forme des équations de Lagrange. Nous nous sommes déjà expliqué sur la portée de ce résultat. Quand on l'a atteint, rien ne prouve encore qu'il y ait, entre le système physique dont on connaît les lois empiriques et les systèmes mécaniques représentés par les équations de Lagrange, plus qu'une analogie formelle, celle qui existe entre un symbole et son objet.

*
* * *

Quand on s'est bien convaincu qu'aucune méthode rigoureuse ne nous conduit à une explication mécanique et que nous ne pouvons même pas démontrer qu'une telle explication soit possible, on est amené à se demander quelle est la fonction de la théorie physique, quelle est sa place dans l'œuvre scientifique. Il est facile d'apercevoir d'abord les services secondaires qu'elle rend.

En premier lieu, elle suggère des hypothèses à l'expérimentateur. Et l'on comprend que ce n'est pas un mince mérite, si l'on se rappelle les pages classiques que Cl. Bernard a écrites sur le rôle des hypothèses dans la méthode expérimentale. On peut d'ailleurs expliquer aisément comment elle en éveille l'idée : c'est en favorisant le raisonnement par analogie. Le système mécanique ou algébrique que la théorie a construit présente, en effet, des ressemblances avec le réel, puisqu'à tous les rapports observés entre les faits correspond un rapport de même forme qui relie ses paramètres. Aussi l'expérimentateur est-il tenté de rechercher si l'analogie ne peut être poussée plus loin, si telle relation impliquée dans la

théorie n'a pas son homologue dans une loi physique encore insoupçonnée, et il invente un dispositif pour la mettre en évidence. C'est ainsi, par exemple, que pour départager l'optique de Newton et l'optique ondulatoire, et pour mettre fin aux discussions que l'interprétation des franges de diffraction avait soulevées, Fresnel, pour la première fois, réalisa le beau phénomène de l'interférence. Les recherches de Hertz sur la propagation des petites oscillations dans le diélectrique et toutes les expériences où, depuis, l'on a cherché à imiter les phénomènes optiques ont été provoquées par les idées de Maxwell. Il serait facile de multiplier les exemples.

Il faut aussi remarquer — et les nominalistes ont eu raison d'insister sur ce point — qu'un des grands mérites de la théorie physique consiste à créer un « langage parfait » qui rend beaucoup plus simple et beaucoup plus concise l'exposition des faits. Que l'on songe, par exemple, combien serait laborieux le compte-rendu des expériences d'optique, si l'on s'interdisait de parler de vibration, de direction des vibrations, de période, de longueur d'onde, de phase, etc... Toutes notions qui sont empruntées à la théorie ondulatoire. Les concepts théoriques sont précis et exempts d'ambiguïté, puisqu'ils sont créés au moyen de pures définitions abstraites. De plus, on est certain que les faits expérimentaux pourront toujours se traduire dans leur langage, puisqu'ils ont été justement créés pour les représenter. On peut donc dire que la « théorie est une langue bien faite ». Et dès lors qu'on en a appris l'usage, il devient impossible de s'en passer. D'ailleurs, il faut bien l'avouer, avec le langage de la théorie pénètrent dans l'exposé même des faits des idées théoriques. Et c'est pourquoi, à prendre tels quels les écrits classiques, il devient difficile de tracer une ligne de démarcation tranchée entre la physique expérimentale et la physique mathématique. Cette pénétration a donné beau jeu aux nominalistes et leur a rendu la tâche facile quand ils ont voulu illustrer leur thèse la plus audacieuse et démontrer que le savant crée le fait scientifique. On leur a répondu que le savant ne crée pas le fait, mais seulement le langage dans lequel il l'exprime. Nous apercevons ici, dans leur racine, les causes qui ont donné lieu à cette discussion.

Mais quel est l'objet *essentiel* que l'on doit assigner à la théorie physique ? On a proposé, depuis quelques années, une interprétation très intéressante et très nette. « Une théorie physique n'est pas une *explication*. C'est un système de propositions mathéma-

tiques déduites d'un petit nombre de principes qui ont pour but de *représenter* aussi simplement et aussi exactement que possible un ensemble de lois expérimentales » (1). En un mot, on oppose à la conception de la théorie *explicative* celle de la théorie *représentative*. « Une théorie vraie, ce n'est pas une théorie qui donne des apparences physiques une explication conforme à la réalité, c'est une théorie qui représente d'une manière satisfaisante un ensemble de lois expérimentales » (2).

M. Duhem est un de ceux qui ont préconisé avec le plus de force cette interprétation. Aucun ouvrage de cet auteur n'offre peut-être une illustration aussi frappante de sa pensée que le petit livre intitulé *Fragments d'un cours d'optique* (3). L'auteur s'applique à exposer toute l'optique de Fresnel « sans faire intervenir aucune hypothèse sur la nature de la lumière ». Au lieu de définir la vibration lumineuse comme le mouvement pendulaire autour de leurs positions d'équilibre des points d'une matière réelle, il figure l'éclairement en un point au moyen d'un symbole, un vecteur dont il détermine progressivement toutes les propriétés, de manière à représenter clairement les faits d'expérience. Dans cette exposition, on ne part plus des équations des petits mouvements dans un fluide élastique pour en chercher une intégrale. Mais après avoir construit pièce à pièce la fonction d'éclairement, on montre qu'elle intègre ces équations et, sans en tirer d'ailleurs aucune conséquence mécanique, on se borne à écrire les équations aux dérivées partielles des phénomènes lumineux.

En adoptant cette méthode, on évite les propositions hasardeuses; on dissipe les illusions d'une vaine métaphysique mécaniste et l'on conserve tout ce que la théorie de Fresnel contient d'essentiel, si du moins M. Poincaré en a bien caractérisé l'esprit quand il a écrit : « Le but de Fresnel n'était pas de savoir s'il y a réellement un éther, s'il est ou non formé d'atomes, si ces atomes se meuvent réellement dans tel ou tel sens; c'était de prévoir les phénomènes optiques. Or cela, la théorie de Fresnel le permet toujours, aujourd'hui aussi bien qu'avant Maxwell. Les équations différentielles sont toujours vraies, on peut toujours les intégrer par les mêmes procédés, et les résultats de cette intégration conservent toujours leur valeur » (4).

(1) Duhem, *La théorie physique*, p. 190.

(2) Duhem, *La théorie physique*, p. 28.

(3) Extrait des *Annales de la soc. scient. de Bruxelles*, t. XVIII, XIX et XX.

(4) Poincaré, *Sc. et hyp.*, chap. X, p. 190.

La théorie physique n'exprime pas plus profondément l'essence des phénomènes. Telle ne doit pas être d'ailleurs sa prétention. Elle coordonne les lois expérimentales; elle les condense toutes dans l'énoncé d'un petit nombre de principes. Et tout son mérite résulte de la simplicité qu'elle apporte dans leur exposition. Il faut d'ailleurs comprendre toute l'importance de ce résultat. C'est « un immense soulagement pour la raison humaine qui ne pourrait sans un pareil artifice emmagasiner les richesses nouvelles qu'elle conquiert chaque jour. La réduction des lois physiques en théories contribue ainsi à cette économie intellectuelle en laquelle M. E. Mach voit le but, le principe directeur de la science » ⁽¹⁾.

Malgré l'intérêt que présente cette interprétation qui oppose si nettement la théorie *classification* à la théorie *explication*, elle nous paraît comporter quelques réserves.

Sans doute, dans bien des cas, la théorie réalise une économie notoire de pensée. Il suffirait, pour s'en convaincre, de comparer l'analyse si compliquée et laborieuse que présente Biot des phénomènes de double réfraction dans les uniaxes et les biaxes à l'exposé si clair que fournit l'optique de Fresnel, en introduisant la notion de la surface d'onde et en déterminant sa forme dans les différentes espèces de cristaux. Ou, pour prendre un exemple plus simple et que l'on puisse apprécier à première vue, le principe de l'attraction newtonienne résume en une seule proposition les trois lois par lesquelles Képler définissait le mouvement des planètes. Mais tous les cas ne seraient pas aussi favorables. Dans tel chapitre de l'hydrodynamique, de l'élasticité, la proportion se trouve renversée, et des théories fort ardues, hérissées de longs calculs, ne coordonnent qu'un lot fort modeste de lois expérimentales. Il ne semble donc pas que le caractère économique des théories puisse se vérifier toujours avec un égal bonheur.

Quand on mesure l'économie de pensée que nous apporte la théorie scientifique, on ne tient compte, d'ailleurs, que du nombre sans doute plus restreint des propositions indépendantes qu'elle contient; on néglige l'effort qui se dépense dans les calculs. Aussi les conclusions restent-elles un peu théoriques et ne s'appliquent-elles, en toute rigueur, qu'à un esprit assez puissant pour se transporter d'un bond d'un bout à l'autre de la chaîne des déductions et pour discerner d'une seule vue les conséquences dans les principes. L'économie est beaucoup moins appréciable pour un esprit moyen obligé de suivre pas à pas le développement du cal-

(1) Duhem, *La théorie physique*, p. 29.

cul. Du reste, M. Duhem n'a-t-il pas été obligé, pour maintenir son interprétation, de distinguer deux sortes d'esprits : les esprits amples et faibles, capables d'embrasser un grand nombre d'objets épars et peu enclins à organiser leurs connaissances, et les esprits forts, mais étroits, peu aptes à retenir dans leur mémoire beaucoup de faits distincts, mais en revanche bien disposés à un vigoureux effort de coordination ? Aux seconds seuls, la théorie physique assurerait le bénéfice d'un moindre effort. Sa valeur serait donc en quelque sorte contingente ; elle varierait avec les dispositions intellectuelles de ceux qui en font usage.

D'ailleurs, assure-t-elle aux esprits « forts et étroits » eux-mêmes un gain très réel ? On dit qu'elle repose sur un petit nombre de principes simples. Cela est vrai, si on parle des principes fondamentaux. Mais nous avons montré déjà qu'à chaque fait nouveau que l'on veut déduire, ceux-ci se compliquent d'une foule d'hypothèses accessoires, tantôt explicites, tantôt implicites, et qui orientent le calcul dans la bonne voie, au bout de laquelle on verra apparaître les relations que l'on veut retrouver. Que l'on lise, par exemple, les « Fragments d'un cours d'optique », d'où est pourtant exclue toute métaphysique inutile, et où sont classées les propriétés les plus simples de la lumière, on s'apercevra que chaque phénomène nouveau, franges d'interférences, polarisation, etc., exige l'introduction de nouvelles hypothèses. Le grand mérite de l'ouvrage est de n'en dissimuler aucune. Le mathématicien du plus grand génie, mais ignorant de l'optique expérimentale, à qui l'on apprendrait seulement que la fonction d'éclairement intègre l'équation des petits mouvements, serait incapable de découvrir la première des lois de la lumière. C'est que l'on ne déduit des principes — à moins d'un heureux hasard — que les faits déjà repérés. L'étude de la physique expérimentale précède donc nécessairement celle de la physique théorique, et les ressources de la déduction ne nous dispensent point de conserver les faits en mémoire. Mais, bien au contraire, le souvenir des lois expérimentales et de leur forme sera le guide indispensable de nos déductions.

Ainsi l'économie de la pensée ne nous apparaît pas comme un caractère assez général et assez frappant de la théorie physique, pour que l'on puisse considérer la loi du moindre effort comme la raison essentielle qui nous détermine à la construire. Et bien peu de physiciens, croyons-nous, consentiraient au labeur nécessaire pour organiser leurs connaissances et les grouper en un système aussi simple que possible, s'ils ne conservaient le secret

espoir de mieux saisir, par cet effort, l'ordre naturel de l'enchaînement des faits, et si la simplicité ne leur apparaissait comme un gage de vérité. Gage incertain certes et précaire. On ne saurait en douter après la critique à laquelle nous avons consacré les premières pages de ce chapitre. Mais la connaissance empirique ne peut prétendre à la complète certitude. Il reste à ceux qui lui attribuent encore une valeur objective et ne la considèrent pas comme tout entière artificielle d'apprécier le degré de probabilité auquel elle peut prétendre dans ses différentes opérations. Seulement, pour utiliser avec à propos cette notion si délicate de la probabilité, il convient de distinguer soigneusement chacune de ces opérations, comme nous l'avons fait déjà dans l'étude de l'induction. Nous suivrons la même méthode dans la critique de la théorie physique. Et, comme on le verra bientôt, la distinction que nous avons faite précédemment entre le point de vue qualitatif et le point de vue quantitatif nous sera encore d'un grand secours.

*
* * *

La première fois qu'on lit, sans être prévenu, l'exposé d'une théorie de physique mathématique sous la forme définitive qu'elle a prise avec le temps, on ne peut se garder d'un sentiment de surprise. On voit l'auteur de l'ouvrage poser, de sa propre initiative, certaines relations fondamentales entre des grandeurs abstraites figurées par des lettres. Puis il les combine entre elles pour en tirer d'autres relations, conformément aux règles du calcul algébrique. Puis il en précise la forme par de nouvelles hypothèses, qui portent soit sur la nature des fonctions, soit sur celle des coefficients. Puis il tire les conséquences algébrique de ces nouvelles hypothèses. On suit docilement l'auteur sans bien comprendre où l'on va jusqu'au moment où, au terme de calculs plus ou moins compliqués et de « manipulations » plus ou moins longues, on retrouve enfin certaines relations remarquables dont la forme apparaît identique à celle d'autres relations que l'expérience a établies entre des grandeurs physiques. On admire un tel résultat sans comprendre d'ailleurs comment la théorie a su choisir, avec tant de bonheur et d'opportunité, les principes cachés dont les lois expérimentales sont des conséquences si éloignées. Mais l'histoire de la physique, si on l'étudie, dissipe un peu cet étonnement; elle nous fait entrevoir comment les théories s'inventent, en nous découvrant les phases successives par lesquelles passe chacune d'elles. L'histoire nous montre qu'elles se construisent pièce à pièce, et qu'avant d'atteindre à la forme

mathématique et abstraite, elles traversent toujours une étape intermédiaire fort importante : c'est la *théorie expérimentale et qualitative* qui prépare les constructions plus savantes, ébauche déjà tous les concepts essentiels et qui, selon nous, reste en fin de compte la partie la plus solide et la plus objective dans l'œuvre de systématisation.

La théorie que nous avons appelée *qualitative* présente deux caractères importants. D'abord elle ne fait point usage d'un appareil mathématique compliqué, ou même ne se sert du langage mathématique que pour substituer à des raisonnements délicats le mécanisme simple d'un calcul. En outre, elle nous est directement inspirée par les faits, ou, pour parler avec plus de précision, elle résout un problème que les faits eux-mêmes nous posent. Aussi, quelle que soit l'imperfection de ses méthodes, on ne saurait plus soutenir qu'elle vise seulement à l'économie du savoir; elle prétend, sans aucun doute, à une connaissance plus interne des choses.

Pour bien comprendre le second caractère de la théorie expérimentale, il nous faut marquer les limites extrêmes où s'arrête l'application des méthodes inductives proprement dites, définies dans un précédent chapitre. Les lois expérimentales ne se présentent pas à nous comme des relations isolées; les mêmes procédés, par lesquels nous les avons dégagées des faits, nous découvrent qu'elles dépendent les unes des autres, qu'elles forment des groupes solidaires. Nous connaissons par exemple les lois de la propagation de la lumière dans l'air et dans l'eau; nous connaissons les lois de la réfraction; mais il résulte aussi des expériences d'Arago, que l'indice de réfraction de l'eau est égal au rapport des vitesses de propagation dans ces deux milieux. Nous savons dans quelles conditions la lumière se polarise. Mais, les expériences de Fresnel et Arago nous enseignent aussi que l'aspect des franges obtenues avec des lumières polarisées change avec l'orientation de leurs plans de polarisation. Elles ont un maximum de netteté quand celles-ci sont polarisées dans des plans parallèles; elles disparaissent quand ces lumières sont polarisées normalement. Or, considérons un de ces groupes de lois solidaires. Une question se pose immédiatement à l'esprit : comment ces diverses relations se commandent-elles les unes les autres? Quelle est la relation plus complète, qui échappe à l'expérience, mais dont elles résulteraient toutes simultanément? Le problème a bien une signification objective, si même, comme nous l'avons déjà laissé entendre,

aucune méthode ne permet d'en déterminer la solution sans ambiguïté.

Le physicien fera une hypothèse. Comme le vrai peut se déduire du faux, la comparaison de celle-ci avec l'expérience, si satisfaisante qu'elle soit, ne suffira jamais à la démontrer. A la rigueur, il y a toujours plusieurs solutions possibles au problème que nous pose l'expérience. Mais elles ne sont pas toutes également *probables*; si bien que des raisons très fortes peuvent déterminer notre choix. Nous n'accordons, en effet, notre confiance à une théorie expérimentale qu'à la condition qu'elle présente certains caractères : il faut qu'elle soit *naturelle, simple, féconde*. Et, quoique l'on n'ait guère cherché la raison de ces exigences, nous croyons qu'un instinct très sûr les a suggérées à l'esprit et que la théorie a d'autant plus de chances d'être vraie qu'elle y satisfait plus complètement.

Nous disons qu'une hypothèse est *naturelle*, quand elle consiste à étendre à un cas nouveau une loi déjà éprouvée dans des cas analogues, mais non identiques, à transporter au delà des strictes limites de l'expérience une relation qui s'était vérifiée dans ces limites, soit d'ailleurs qu'on la conserve intacte, soit qu'on en modifie légèrement la forme. L'esprit y adhère volontiers, parce qu'elle lui est déjà familière et qu'elle satisfait ses habitudes. Mais si elle réalise certainement les conditions psychologiques de la croyance, rien ne prouve encore qu'elle ne la provoque point par le jeu d'une illusion subjective. Il faut alors remarquer que, dans la vie pratique, nous faisons constamment confiance à de telles hypothèses et que cette méthode nous réussit très souvent. On peut d'ailleurs en indiquer la raison. Une relation déjà connue, que l'esprit étend spontanément à des objets analogues, n'aurait que de bien faibles chances d'expliquer leurs caractères observables et de résister au contrôle de l'expérience, si elle ne s'appliquait pas réellement à eux, et si la conformité de ses conséquences avec les faits expérimentaux n'était due qu'à une coïncidence heureuse. Il est très peu probable que l'hypothèse la plus clairement suggérée par l'analogie s'adapte bien aux résultats de l'observation et puisse nous aider à les coordonner, si l'analogie a été trompeuse et si le succès de l'hypothèse est fortuit. Nous en concluons par conséquent que l'hypothèse naturelle a de grandes chances d'être vraie, quand elle fournit de l'objet auquel on l'applique une interprétation satisfaisante. Remarquons en passant que nous faisons ici de l'idée de probabilité l'usage qui nous est apparu, dans un précédent chapitre, comme le plus légitime. Nous

ne supposons l'existence du hasard que pour le nier aussitôt dans notre conclusion. Et notre raisonnement prend la forme d'une démonstration par l'absurde.

Nous accordons aussi plus de crédit à une hypothèse *simple*. La seule raison en est-elle qu'elle se laisse plus parfaitement saisir par l'esprit et qu'elle nous plait davantage, parce qu'elle ménage notre effort et nous offre une solution plus élégante? Nous ne le pensons pas. Des raisons logiques justifient notre plus grande confiance. Le vrai, avons-nous dit souvent, peut se conclure du faux. Et, à côté de la théorie vraie, on pourrait toujours en imaginer d'artificielles. Mais il sera d'autant plus aisé de construire une théorie artificielle qu'on se donnera plus de latitude et que, pour bien l'adapter à son objet, on se réservera d'en multiplier les pièces et d'en compliquer l'agencement. Nous ne pouvons certes pas affirmer *a priori* que les relations plus internes que nous tâchons de découvrir dans la théorie expérimentale, pour leur rattacher les relations observées, doivent toujours présenter un caractère de simplicité. Mais c'est une bonne méthode que de se proposer d'abord la recherche d'une hypothèse simple, parce qu'en restreignant sa liberté on écarte beaucoup de solutions artificielles, on élimine un grand nombre de chances d'erreur.

Enfin une théorie gagne en certitude à mesure qu'elle se montre plus *féconde*, pourvu toutefois qu'il ne soit pas nécessaire de la modifier profondément pour embrasser les lois en vue desquelles elle n'avait pas été conçue. Il n'est pas à présumer, en effet, que nous ayons mis la main sur une hypothèse artificielle qui, par un effet du hasard, se trouve justement capable d'expliquer les faits nouveaux que nous découvrons.

Ainsi quand l'expérience elle-même nous propose un problème et que nous lui trouvons une solution naturelle, simple, féconde, nous sommes en droit de considérer comme probable la vérité de celle-ci. Sans doute, nous n'obtenons, dans le cas le plus favorable, qu'une probabilité et même une probabilité qui reste bien indéterminée puisqu'elle ne peut, en aucune manière, se mesurer. La théorie expérimentale ne devient jamais un objet de démonstration. Mais on en donnerait une idée juste, en disant qu'elle réalise plus ou moins complètement, suivant les cas, les conditions d'une croyance rationnelle.

Appliquons maintenant à quelques exemples le critère qui sert, selon nous, à juger la valeur d'une théorie expérimentale. L'indice de réfraction d'une substance est égal au rapport des vitesses de propagation de la lumière dans l'air et dans cette substance. On

trouve une explication de ce fait dans l'hypothèse de Huygens. Recherchons pourquoi elle satisfait l'esprit, et montrons d'abord qu'elle est naturelle.

Nous connaissons les lois de la propagation de la lumière dans un milieu indéfini : 1° dans un milieu homogène et qui ne contient pas de corps opaques, la lumière se propage en ligne droite ; 2° dans l'air ou le vide interplanétaire, la vitesse est la même dans toutes les directions ; 3° si une lumière brille pendant un temps t , l'éclairement en un point quelconque durera un temps égal. En réunissant ces trois propriétés et en passant au cas limite, on pourra former la notion de l'onde lumineuse produite dans l'air ou le vide par un point lumineux. Si un point brille pendant un temps infiniment petit au point O, tous les points éclairés au temps t seront situés sur une même surface sphérique de centre O et de rayons Vt , et tous les points de cette surface seront éclairés au temps t . On pourra toujours former la surface d'onde S' au temps $t + dt$, en partant de la surface S au temps t . Il suffira de construire autour de tous les points de S des surfaces d'onde de rayon Vdt et de prendre leur enveloppe en éliminant une nappe parasite. Comme d'ailleurs la lumière se propage de proche en proche, cette construction doit bien représenter son mouvement. Or, pour obtenir les lois de la réflexion et de la réfraction dans les milieux isotropes, il suffit de l'étendre à la surface de séparation des deux corps réfringents. En quoi consiste essentiellement, en effet, l'hypothèse de Huygens ? A admettre qu'à l'instant où ils sont touchés par l'onde incidente les points de la surface de séparation deviennent les centres d'ondes qui se propagent dans chacun des deux milieux avec la vitesse qui les caractérise. En prenant leur enveloppe on obtient l'onde réfléchie et l'onde réfractée, on retrouve les lois de l'optique géométrique et l'on explique, en particulier, comment l'indice de réfraction est lié aux vitesses de propagation.

L'hypothèse de Huygens montre sa *fécondité* quand on l'applique aux phénomènes de double réfraction. Elle nous enseigne en effet que la loi de la réfraction dépend de la forme de la surface d'onde et nous fournit ainsi l'élément essentiel d'une explication. Il suffit de la compléter par les hypothèses secondaires que voici. Dans les milieux anisotropes la vitesse de propagation n'est plus la même pour toutes les directions. La surface d'onde a deux nappes ; dans les cristaux uniaxes l'une des deux nappes conserve encore la forme sphérique ; dans les cristaux biaxes, les deux nappes ont une forme plus compliquée. Mais il est toujours possible de la

déterminer de manière à rendre compte de tous les phénomènes de réfraction. Nous observons donc, dans cette théorie, une suite d'hypothèses *en cascades*, qui conduisent les unes aux autres et finissent par coordonner un ensemble considérable de lois.

Empruntons à l'optique un autre exemple. On connaît le phénomène de Fresnel. Lorsque deux points lumineux identiques brillent dans le voisinage l'un de l'autre, le champ n'apparaît plus uniformément éclairé; mais de part et d'autre du plan qui coupe en son milieu la droite qui les joint, on observe une série de franges. En lumière monochromatique, le phénomène présente un aspect particulièrement simple. Les franges sont alternativement claires et obscures; celle du milieu est claire. Il n'est pas d'expérience plus significative que celle-ci. Elle nous découvre la périodicité du phénomène lumineux. Nous voyons en effet l'intensité varier avec la différence de marche des deux éclairéments qui se superposent. Il faut donc qu'au même instant la forme du phénomène lumineux change le long du rayon avec la distance à la source et qu'en un même point elle change d'un instant à l'autre. Ainsi, en chaque point se produisent des modifications périodiques, insaisissables à l'œil qui ne perçoit que leurs effets moyens. La régularité des franges nous fait connaître la régularité de la modification périodique, et leur rapprochement sa rapidité. Cherchons à expliquer maintenant l'influence de la polarisation sur la formation des franges. Nous avons rappelé déjà qu'elles ont un maximum de netteté quand les lumières qui interfèrent sont polarisées dans des plans parallèles et disparaissent quand elles le sont normalement. Exposons sous sa forme la plus modeste l'hypothèse que suggèrent immédiatement ces faits : si l'orientation d'un certain plan est une des circonstances déterminantes de la formation des franges d'interférence, c'est que les éclairéments qui se superposent pour donner l'éclairément composé ont eux-mêmes dans la lumière polarisée une orientation déterminée. Ainsi la lumière polarisée peut se définir par l'orientation déterminée que la modification périodique, la « vibration », y a prise. Et celle-ci doit nous apparaître comme une des circonstances essentielles de tous les phénomènes auxquels la lumière polarisée donne lieu. Il serait facile de montrer la fécondité de cette hypothèse.

L'expérience ne nous suggère pas seulement des hypothèses sur l'ordre selon lequel se commandent les diverses propriétés d'un même objet, elle nous invite aussi à classer les objets de la nature d'après leurs liens de parenté. Nous les grouperons en genres et

espèces en raison de leurs propriétés communes. Si l'on se bornait à *compter* le nombre de ces propriétés, ces classifications ne feraient que résumer et condenser l'ensemble de nos connaissances. Elles offrent en réalité un intérêt plus grand, si du moins elles peuvent passer pour *naturelles*. Mais comment définir, en physique, la classification naturelle? De même que le naturaliste désigne par ce nom la classification qui exprime la parenté réelle des êtres, il convient, dans les sciences physiques, de nommer ainsi celle qui nous fait connaître la parenté idéale des faits.

Une classification est conforme à la nature des choses, si les relations communes observées dans les objets que nous rapprochons dépendent des mêmes principes, et si leurs différences spécifiques résultent de circonstances secondaires. Par exemple les physiciens ont eu raison de considérer la lumière comme un phénomène électromagnétique, s'il est vrai que la différence entre les ondes lumineuses et les ondes Hertiennes est de l'ordre de celle qui sépare déjà les diverses radiations du spectre, qu'elle porte seulement sur la longueur d'onde. Mais nous ne connaissons pas l'essence des phénomènes, et la définition que nous en donnons reste hypothétique. Aux termes d'une logique rigoureuse, rien ne nous garantit absolument la valeur de nos classifications. Nous croyons cependant qu'elles se rapprochent, au moins dans leurs parties les plus parfaites, de l'ordre naturel, parce qu'elles reposent sur la considération des propriétés qui nous paraissent prépondérantes. Une propriété prépondérante est celle dont dépendent beaucoup d'autres. Pouvons-nous discerner les « *caractères dominateurs*? » C'est la question que nous avons discutée dans les pages précédentes et elle domine encore le débat. Si, en effet, les physiciens ont été tentés de rapprocher la lumière et l'électricité le jour où l'on a établi qu'elles se propagent avec une même vitesse, ce n'est pas seulement qu'une pareille coïncidence leur paraissait bien peu probable, si elle ne témoignait pas d'une identité de nature; mais c'est encore que la loi de la propagation, comme nous l'avons montré, joue un rôle prépondérant dans une foule de phénomènes optiques. Et si, depuis, l'imitation des phénomènes lumineux avec les ondes Hertiennes a apporté une confirmation à cette idée, c'est qu'on a pu répéter les expériences les plus *caractéristiques* de l'optique : la réflexion, la réfraction, l'interférence, la polarisation rotatoire.

Dans notre pensée, la *théorie expérimentale* est à la *théorie mathématique* ce que la *loi qualitative* est à la *loi quantitative*. Elle

répond à une question bien circonscrite : comment tel ensemble de lois empiriques se commandent-elles les unes les autres ? Mais pour les rattacher toutes à une même hypothèse naturelle et simple, elle renonce à prévoir tout le détail des phénomènes et à déduire de ses principes la forme mathématique des lois qu'elle coordonne. Ses concepts fondamentaux restent pour une large part indéterminés. Elle suppose, par exemple, que la lumière se propage par ondes, mais sans prétendre découvrir l'équation exacte de la surface dans chaque milieu ; elle admet que l'éclairement en un point consiste en une modification périodique très rapide sans définir davantage la nature de cette modification ni mesurer la durée de la période ; et, si elle lui attribue une orientation déterminée par rapport au plan de polarisation, elle ne décide pas quelle elle est ; elle admet que deux éclaircissements qui se composent entre eux, tantôt s'ajoutent et tantôt se retranchent, mais sans dire d'après quelle règle. La théorie expérimentale ne fait qu'ébaucher une explication, en marquer les principes les plus nécessaires. Et ce n'est d'ailleurs qu'à la condition de conserver cette prudence qu'elle peut avec quelque vraisemblance prétendre encore à la valeur objective.

Mais puisqu'elle présente des lacunes, la théorie expérimentale soulève un problème auquel la théorie mathématique cherche justement une solution. Comment faut-il déterminer ses concepts, quelle expression mathématique faut-il donner à ses principes pour que l'on puisse en tirer, sous leur forme quantitative, les lois expérimentales ? Telles sont les questions qui sollicitent encore le physicien, quoique les réponses à y faire deviennent de plus en plus incertaines.

On nous accusera peut-être d'établir dans la théorie physique des lignes de démarcation artificielles. Nous croyons cependant qu'en fait les hypothèses qualitatives précèdent toujours les autres et les préparent. Et d'ailleurs il importe de les distinguer à qui veut discuter la valeur logique des opérations par lesquelles on les vérifie. Dira-t-on que l'on passe insensiblement des unes aux autres, à mesure que les concepts se précisent peu à peu ? Mais la continuité ne doit pas nous empêcher de saisir les différences. Il y a sans doute dans la construction d'une théorie physique plus de degrés que nous n'en distinguons. Mais, si nous simplifions les choses pour les besoins de l'exposition, nous nous appliquons néanmoins à marquer les principales étapes.

Le problème que se pose la théorie mathématique conserve

encore, selon nous, une signification objective, mais il reste indéterminé et comporte une multitude de solutions. Ainsi celles-ci s'écartent-elles beaucoup des conditions d'une vérification rigoureuse. Remarquons d'abord, en effet, qu'elles ne pourront être comparées à l'expérience que par l'intermédiaire des lois quantitatives dont rien ne garantit l'exactitude et qui résultent d'une interpolation arbitraire. Ensuite la théorie mathématique forme toujours un système très complexe. Or, à mesure que le système théorique comprend plus de pièces et qu'on se laisse plus de latitude pour les multiplier encore chaque fois qu'on veut y faire entrer un fait nouveau, il devient plus difficile d'invoquer en sa faveur un calcul des probabilités et de prouver la vérité des principes par le succès des déductions. Plus grand est le nombre des organes, plus il est à craindre que l'adaptation de la théorie à l'expérience ne soit le résultat d'un artifice. On aperçoit alors la conclusion à laquelle toute cette étude nous achemine : *la limite extrême de la connaissance objective se place entre la théorie expérimentale et la théorie mathématique.*

Nous arriverions aux mêmes résultats en considérant la seconde fonction de la théorie expérimentale : elle classe, avons-nous dit, les faits physiques d'après leurs ressemblances. Mais, du même coup, elle fournit au mathématicien des problèmes qui puisent dans l'origine expérimentale de leur énoncé un intérêt remarquable. Si, par exemple, la comparaison des ondes lumineuses et des ondes hertziennes nous induit à penser que la lumière et les perturbations électromagnétiques ont même nature, on pourra se proposer de donner aux équations du champ magnétique une forme telle que la fonction représentative de ces perturbations ne diffère de la fonction d'éclairement que par la valeur de la longueur d'onde. Ainsi la classification expérimentale indique à la théorie mathématique le but qu'elle doit se proposer. Celle-ci se greffe sur celle-là et si elle ne risque pas de s'égarer complètement, c'est qu'elle en épouse toutes les interprétations. Il est même difficile d'apprécier la valeur de la confirmation qu'elle apporte à la classification expérimentale, quand elle parvient à représenter par le même système d'équations les phénomènes que cette dernière a rapprochés. Dans tous les cas, ce résultat à lui tout seul ne pourrait passer pour une preuve. La théorie électromagnétique de la lumière, construite par Maxwell, ne prit rang dans la science qu'après les célèbres expériences de Hertz.

M. Duhem, qui ne distingue pas, comme nous avons essayé de

le faire, les divers degrés de la théorie physique, éprouverait peut-être quelque embarras à concilier les deux définitions successives qu'il donne de celle-ci. Elle a pour objet, dit-il d'abord, l'économie du savoir. Mais il lui assigne aussi pour idéal la *classification naturelle* des phénomènes. Pourquoi cependant croyons-nous que la classification impliquée dans une bonne théorie physique est *naturelle*, si celle-ci s'est constituée sans autre préoccupation que de rattacher toutes les lois expérimentales au plus petit nombre de principes possible, pour satisfaire à la loi du moindre effort? Une telle conviction ne peut avoir aucune base rationnelle et l'auteur ne cherche, d'ailleurs, pas à la justifier; elle résulte, selon lui, d'un acte de foi. Mais la croyance, à laquelle, sans doute, il faut faire une place dans toute connaissance empirique, ne doit-elle pas reposer elle-même sur des présomptions logiques, c'est-à-dire sur des preuves incomplètes et des raisons imparfaites qui sollicitent la raison sans s'imposer absolument à elle? Pour nous, la classification que retrouve la théorie mathématique était déjà, en ses grandes lignes, contenue dans la théorie expérimentale. Et les hypothèses de cette dernière, encore qu'elles ne puissent point se démontrer au sens fort du mot, s'appuyent sur un raisonnement de probabilité dont il nous est impossible de méconnaître la valeur.

La physique mathématique est bien nommée. Elle tient, en effet, le juste milieu entre les sciences formelles et les sciences réelles. Elle résoud des problèmes mathématiques dont l'énoncé a été suggéré par l'expérience. C'est, en soi, une construction logique, mais qui vient s'appuyer à tous les concepts expérimentaux, sans en omettre aucun, comme la courbe, par laquelle nous représentons la loi d'un phénomène, passe par tous les points figuratifs que nos observations ont déterminés. Et il faut, en effet, se la représenter comme une sorte d'interpolation d'un nouveau genre. Comme d'ailleurs ses principes sont tout entiers des créations de l'esprit et ne renferment, par conséquent, rien d'obscur ni d'ambigu, une fois qu'on a fait le raccord entre elle et la théorie expérimentale, elle nous permet de traduire dans le langage le plus parfait toutes les interprétations de cette dernière et de donner à ses raisonnements abstraits la forme commode d'un calcul. Elle détermine ce qui reste indéterminé dans la théorie expérimentale, laquelle part des faits confus et, lors même qu'elle discerne avec certitude quelques-uns de leurs rapports, ne parvient jamais à tirer complètement au clair la nature de leurs termes.

Elle achève l'œuvre de coordination systématique que celle-ci a commencée, ou du moins la pousse beaucoup plus loin. Comme elle prolonge immédiatement la théorie expérimentale et que nous oublions souvent la limite qui les sépare, elle nous donne souvent l'illusion de pénétrer plus avant dans l'intelligence de l'essence, et cette illusion ne se dissipe qu'au moment où, disposés à un vigoureux effort de réflexion logique, nous nous interrogeons sur la différence des méthodes et la valeur relative des preuves. Elle continue d'ailleurs à nous procurer une satisfaction, alors même que notre confiance dogmatique a été ébranlée par la critique. Car c'est une tendance naturelle de l'esprit que de chercher à se représenter comment les choses peuvent être, quand il n'a plus le moyen de savoir objectivement ce qu'elles sont, et il convient que la science du possible continue la science du réel.

Il n'est pas nécessaire, pensons-nous, que la théorie mathématique s'applique systématiquement à donner des phénomènes physiques une interprétation mécanique et qu'elle conçoive toujours, sous les apparences sensibles, des points matériels, des mouvements et des forces. Cette méthode ne s'impose que dans le cas où de fortes raisons expérimentales nous inclinent à rapprocher le phénomène physique étudié, et qui ne se présente pas sous l'aspect d'un mouvement, d'un phénomène mécanique déjà connu, par exemple la lumière du son. S'il n'en est pas ainsi, les grandeurs géométriques ou algébriques pourront jouer dans la théorie le même rôle que les grandeurs mécaniques. Encore moins est-il nécessaire de rattacher la théorie aux principes d'un système mécanique particulier, celui de Descartes, de Gassendi ou de Newton. A supposer d'ailleurs qu'on y réussit, le résultat n'aurait qu'une portée médiocre : les équations fondamentales empruntées à tel ou tel système ne seraient qu'une des nombreuses pièces de la théorie et, comme à côté d'elles elle invoquerait un grand nombre d'autres hypothèses sans signification mécanique directe, on ne saurait même dire sans abus qu'elle peut se déduire des principes du système.

D'ailleurs bien des physiciens reconnaissent que la forme générale des équations que l'on adopte importe bien davantage que l'interprétation mécanique de celles-ci, et l'on a souvent cité le mot de Hertz : « La théorie de Maxwell, ce sont les équations de Maxwell ». Enfin, il est à remarquer qu'au moment où la mécanique a été appliquée à l'étude des phénomènes plus complexes de la physique et de la chimie, elle a perdu sa rigidité. Dans les écrits les plus modernes, elle apparaît comme un Protée capable

de prendre toutes les formes. Elle fait dépendre les changements d'un système de certaines fonctions caractéristiques dont on peut de mille manières modifier la constitution; elle est toujours disposée à introduire dans ses équations de nouveaux termes, afin de retrouver les lois que l'expérience a découvertes. A vrai dire, elle n'est pas; elle se fait, bien loin que l'on déduise tous les phénomènes de principes arrêtés d'avance. Elle nous fournit seulement le moyen de donner à l'exposition de chaque théorie une forme symétrique. Pour toutes ces raisons, nous pensons que l'explication mécanique, au sens que Descartes aurait donné à ce mot, est la partie la plus illusoire de la théorie mathématique.

Vu : le 15 décembre 1908,
*Le Doyen de la Faculté des Lettres
de l'Université de Paris,*
A. CROISET.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :
Le Vice-Recteur de l'Académie de Paris,

L. LIARD.

LISTE DES PRINCIPAUX OUVRAGES CITÉS

- AMPÈRE. — *Théorie math. des phénomènes électrodynamiques uniquement déduite de l'expérience*, 2^e édit. Paris, 1883.
- APPELL (P.). — *Traité de mécanique rationnelle*. Paris, 1893.
- BERTRAND. — *Leçons sur la théorie mathématique de l'électricité professées au Collège de France*. Paris, 1890.
- BIOT. — *Traité de physique expérimentale et mathématique*. Paris, 1816, 4 vol.
- BLONDIOT. — *Introduction à l'étude de la thermodynamique*. Paris, 1888.
- *Exposé des principes de la mécanique*. Bibl. du Congrès international de philosophie tenu en 1900.
- BOUASSE. — *De l'application des sc. math. aux sc. expérimentales*. Rev. de mét. et de morale, janvier 1899.
- CALINON. — *Le temps et la force*. Rev. phil., 1887, t. I.
- CONDILLAC. — *La logique ou les premiers développements de l'art de penser*. Genève, 1875.
- COURNOT. — *Exposition de la théorie des chances et des probabilités*. Paris, 1843.
- *Essai sur le fondement de nos connaissances*. Paris, 1851, 2 vol.
- DUHEM. — *Commentaires aux principes de la thermodynamique*. Journal des math. pures et appliquées, t. VIII, IX et X, 1892, 1893, 1894.
- *Introduction à la méc. chimique*. Paris, 1893.
- *Fragments d'un cours d'optique*. Extrait des Ann. de la Soc. scientifique de Bruxelles, t. XVIII, XIX et XX, 1894, 1895, 1896.
- *Quelques réflexions au sujet de la phys. expérimentale*. Rev. des questions scientifiques, 2^e sér., t. III, 1894.
- *Thermodynamique et chimie*. Paris, 1902.
- *L'évolution de la mécanique*. Paris, 1905.
- *La théorie physique. Son objet et sa structure*. Paris, 1906.
- GIBBS (W.). — *On the equilibrium of heterogeneous substances*. Transactions of the Connecticut Academ. of arts and sc., 1875 et 1876.
- HAMELIN. — *Sur l'induction*. Ann. phil., 1899.
- *Essai sur les éléments principaux de la représentation*. Paris, 1907.
- HANNEQUIN. — *Essai crit. sur l'hypothèse des atomes dans la sc. contemporaine*. Paris, 1895.
- KANT. — *Crit. du jugement*, trad. Barni. Paris, 1846, 2 vol.
- LACHELIER. — *Du fondement de l'induction*. Paris, 1871.
- LAPLACE. — *Exposition du syst. du monde*. Œuvres, t. VI. Paris, 1846.
- *Essai philosophique sur la probabilité*. (Est devenu l'Introd. à la th. anal. des probabilités. Œuvres, t. VII.)
- LAPPARENT (de). — *Précis de minéralogie*. Paris, 1894.

- LE ROY. — *Sc. et philosophie*. Rev. de mét. et de mor., sept. 1899.
 — *La sc. positive et la phil. de la liberté*. Bibl. du Congrès international de philosophie tenu à Paris en 1900.
- MACH (E.). — *Die Meckanik in ihren entwicklung, historisch*. — Kritisch dargestellt. Leipzig, Brockhaus, 1883 — trad. E. Bertrand. Paris, 1904.
- MILHAUD (G.). — *Le rationnel*. Paris, 1898.
- NEWTON. — *Philosophiæ naturalis principia math.*, edit. ultima, Amstelodami, s. n. d'édit. 1714. (Nous avons donné la traduction des principes de la mécanique d'après la *Mécanique* de E. Mach.)
 — *Optique*, trad. par M. Paris, 1787, 2 vol.
- PADÉ. — *Barré de Saint-Venant et les principes de la mécanique*. Rev. gén. des sc., 1904.
- PILLON. — *Introduction au Traité de la nature humaine de Hume*, trad. en français. Paris, 1878.
- PELLAT. — *Cours d'électricité*. Paris, 1903, 3 vol.
- POINCARÉ (H.). — *Leçons sur la th. math. de la lumière*. Paris, 1889.
 — *Electricité et optique*. Paris, 1890, 2 vol.
 — *Sur la valeur objective de la sc.* Rev. de mét. et de mor., 1902.
 — *Science et hypothèse*. Paris, Flammarion.
 — *La valeur de la science*. Paris, Flammarion.
- POISSON. — *Recherches sur la probabilité du jugement*. Paris, 1837.
- RENOUVIER. — *Essai de crit. générale. Log. générale*. Paris, 1875, 3 vol.
- RODIER. — *De vi propria syllogismi*. Paris, 1891.
- SAINT-VENANT (de). — *Principes de méc. fondés sur la cinématique*, 1851, lithographié.
- VERDET. — *Cours de physique à l'Ecole polytechnique*. Paris, 1869.
- WILBOIS (E.). — *La méthode des sc. phys.* Rev. de mét. et de mor., 1899.
-

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES

INTRODUCTION

La conception de la science chez Descartes et chez Newton, p. 1. — Le dogmatisme dans l'école de Newton : la physique mécanique et déductive, p. 2. — La critique des principes, l'échec de l'explication mécanique, p. 4. — Les difficultés de la méthode empirique, p. 5. — Comment la conscience de cet échec et de ces difficultés a conduit au nominalisme, p. 6. — Economie générale de l'ouvrage : nous n'acceptons ni la thèse de Descartes, ni celle de Condillac, p. 6.

PREMIÈRE PARTIE

L'échec de l'explication mécanique.

CHAPITRE PREMIER

LA MÉCANIQUE FORMELLE

La mécanique n'est qu'une science *formelle*, p. 10. — Du choix d'un système d'axes de coordonnées et d'une unité de temps : à quelles conditions il doit satisfaire, p. 11. — Les principes de la mécanique Newtonienne; difficultés de la définition de la masse, p. 13. — Autre méthode pour définir la masse : le principe du mouvement relatif. Echec de la méthode, p. 16. — Nouvel exposé des principes de la mécanique Newtonienne donné par E. Mach et Blondlot, p. 18. — Il avait été déjà présenté par de Saint-Venant, p. 19. — La nouvelle méthode d'exposition évite les fautes de logique, mais souligne le caractère formel de la mécanique, p. 20.

L'exposé de Mach et de Saint-Venant est synthétique. Intérêt qu'il y a à suivre une marche analytique, p. 21. — Les circonstances du mouvement sont des déterminantes d'accélération, p. 23. — La notion empirique de la masse, p. 24. — La règle de la composition des forces, p. 26. — L'égalité de l'action et de la réaction, p. 29. — La mécanique ainsi définie n'est qu'une *méthode* pour l'étude du mouvement, p. 30.

Les forces de *liaison* et le principe de d'Alembert, p. 32. — La connaissance des forces de liaison est demandée à l'expérience, et en introduisant celles-ci la mécanique renonce à tout déduire de quelques principes très simples, p. 33.

CHAPITRE II

LA MÉCANIQUE PHYSIQUE

Passage de la mécanique formelle à la mécanique physique. Les hypothèses auxiliaires, p. 35. — Exemple : la théorie ondulatoire de la lumière, p. 36. — Hypothèses préliminaires, p. 37. — Caractère indéterminé des forces élastiques, p. 37. — Nature des hypothèses accessoires qu'il faudra successivement introduire dans la théorie ondulatoire, p. 38. — Détermination des coefficients constants par des hypothèses qui n'ont plus qu'un sens algébrique, p. 39. — Recours aux forces de liaison, p. 42. — Intégration des équations différentielles : hypothèses sur les conditions initiales, p. 43. — Hypothèse sur les conditions aux limites. — Méthode de Kirchhoff pour l'étude de la diffraction, p. 44. — Hypothèses sur la nature des phénomènes qui se produisent à la surface de séparation de deux milieux : la théorie de la réflexion, p. 45. — Pourquoi la théorie de Fresnel n'est pas la seule qui puisse expliquer les faits, p. 46. — Pourquoi elle ne peut expliquer tous les faits sans se modifier, p. 47.

CHAPITRE III

LE PRINCIPE DE LA CONSERVATION DE L'ÉNERGIE ET LES CONDITIONS DE SON APPLICATION

Le principe de la conservation de l'énergie nous découvre-t-il le fondement rationnel d'un grand nombre de lois physiques ? p. 49. — Le principe nous est seulement *suggéré* par l'expérience. Pourquoi cependant des physiciens, formés à l'école de Newton, devaient l'accepter sans hésitation et lui attribuer une valeur universelle, p. 50. — Caractère de la déduction par laquelle on peut rattacher une loi physique au principe de la conservation ; qu'elle relève de l'esprit de finesse, p. 55. — L'usage des méthodes de l'énergétique marque un renoncement tacite à l'explication mécanique proprement dite ; part qu'elle fait à l'empirisme, p. 56. — Le succès de la méthode énergétique prouve-t-il qu'une explication mécanique soit possible ? Portée de la démonstration de M. Poincaré, p. 60. — Application des idées précédentes à un exemple : détermination de la valeur des forces électro-motrices d'induction par la méthode de Helmholtz. Les hypothèses auxiliaires, p. 63. — Est-il possible de remplacer les hypothèses qui s'introduisent au cours de la déduction par des relations expérimentales bien établies ? Examen critique de la méthode de M. Pellat, p. 67. — Conclusion du chapitre : différence entre la déduction des mathématiciens et celle des physiciens, p. 69.

CHAPITRE IV

LES TENDANCES NOUVELLES DE LA MÉCANIQUE ET LA PHYSIQUE QUALITATIVE

Nécessité d'une théorie mécanique plus souple qui, au lieu de postuler l'identité foncière de tous les faits, tienne compte de leur diversité qualitative, p. 72. — La mécanique nouvelle naît de l'union du principe de Carnot-Clausius et du principe de l'équivalence, p. 73. — Le potentiel thermodynamique interne de M. Duhem et la loi générale de la statique, p. 75. — Passage de la statique à la dynamique par une application du principe de d'Alembert généralisé, p. 77. — Liberté d'allure que la mécanique nouvelle laisse au physicien ; emprunts qu'elle

fait ouvertement à l'expérience, p. 78. — Pourquoi elle est favorable à l'idée d'une physique qualitative, p. 79. — Comment on détermine la forme des fonctions caractéristiques; souplesse de la méthode, p. 80. — Comment les principes de la mécanique nouvelle s'adaptent à la constitution de chaque espèce de systèmes, p. 82. — Systèmes qui subissent des altérations permanentes, p. 82. — Systèmes à frottements, p. 83. — Systèmes soumis à des actions de viscosité, p. 84. — Unité et diversité de la méthode appliquée par la mécanique nouvelle, p. 85. — Conclusion générale de la première partie de l'ouvrage : que l'idéal cartésien ne peut être atteint, p. 86.

DEUXIÈME PARTIE

Critique de l'interprétation nominaliste de la science. — Les ressources de la méthode expérimentale.

CHAPITRE PREMIER

DES DIVERSES FORMES DE L'ABSTRACTION SCIENTIFIQUE

Comment l'échec de l'explication mécanique a provoqué une réaction contre le dogmatisme et ouvert la voie au nominalisme, p. 89. — Pour le nominalisme, la fonction de la science est d'inventer des symboles, p. 90. — Les arguments du nominalisme : caractère des principes, des lois et des faits scientifiques, p. 91. — Point vif du débat : valeur de l'abstraction scientifique, p. 94. — La commodité des signes résulte de leur vérité, p. 94. — La possibilité de créer des symboles suppose l'existence, entre les phénomènes, de relations générales, p. 95. — Que les lois scientifiques ont plus qu'une valeur symbolique, p. 96. — Qu'elles font partie de l'essence des phénomènes, p. 98. — Pour préciser notre point de vue il faut définir et justifier les principales formes de l'abstraction scientifique, p. 99.

Premier degré de l'abstraction. Morcellement du continu. — Dans quelle mesure la pensée conceptuelle peut exprimer le continu, p. 99. — A quelles conditions un tout continu se prête sans artifice à l'analyse expérimentale. Des systèmes relativement isolés, p. 101. — Difficulté que la continuité spatiale et temporelle crée à la recherche expérimentale, p. 102.

Deuxième degré. La notion de l'objet. — Les qualités premières et les qualités secondes, p. 103. — Dans quelle mesure la physique peut réduire à des mouvements les qualités des corps, p. 104.

Troisième degré. Définition des dernières espèces. — Imperfection de ces définitions, p. 106. — Conséquences extrêmes tirées par les nominalistes de cette imperfection. Peut-on en conclure que les lois se réduisent à des définitions nominales, et que la valeur objective du concept même de loi ne comporte aucune vérification expérimentale ? p. 107.

Quatrième degré. Définition des propriétés caractéristiques, et mesure des grandeurs physiques. — Faut-il opposer le fait scientifique au fait brut et le considérer comme artificiel ? p. 110. — Faut-il considérer le fait scientifique comme un simple symbole parce qu'il peut être mis en évidence par des expériences de formes très diverses ? p. 111. — Des métaphores dans le langage de la physique, p. 113. — Véritable signification des concepts de la physique, p. 113.

Exemple de la mesure d'une grandeur physique. Nécessité des corrections, p. 114. — Du prétendu cercle vicieux qu'envelopperaient toujours les recherches du physicien. Comment se résout cette difficulté, p. 115. — Comment la connaissance des *lois qualitatives* indique clairement le sens des corrections à faire, p. 117. — Le fait scientifique n'est pas une construction artificielle, p. 118. Nouvel exemple de la définition d'un fait physique. La vitesse de la lumière, p. 118.

Cinquième degré. Notions scientifiques enveloppant une impossibilité physique ou même une contradiction. — L'artifice consiste à réaliser une abstraction. Le point matériel, p. 119. — L'artifice consiste à traiter comme des entités distinctes les éléments intégrant d'un tout. Pôles d'aimants et éléments de courants, p. 121. — L'artifice consiste dans un passage à la limite. Gaz parfaits. Modifications réversibles, p. 122. — *Conclusion.* — Les notions scientifiques résument un ensemble de lois. Cette remarque conduit à l'étude de l'induction, p. 126.

CHAPITRE II.

L'INDUCTION ET LE CALCUL DES PROBABILITÉS

Définition de l'induction, p. 127. — Deux étapes dans la découverte complète d'une loi : son expression *qualitative* et son expression *mathématique*. Utilité de cette distinction, p. 128. — Les difficultés *philosophiques* et les difficultés *techniques* du problème de l'induction. Portée du problème philosophique, p. 129. — Que l'emploi de la méthode inductive démontre la valeur objective du concept de loi et la vérité des lois qualitatives, p. 132.

I. *L'induction et le calcul des probabilités.* — Le nerf de l'induction est dans certaines considérations de probabilité, p. 134. — La définition formelle de la probabilité mathématique. Pourrait-on l'appliquer à l'étude du réel? p. 135. — L'idée du hasard chez Laplace, Cournot et Renouvier. Caractère décevant de cette notion, p. 135. — La théorie des probabilités *a posteriori*. Critique de la méthode de Bayes, p. 139. — Le calcul de la probabilité des causes. Qu'ici on ne fait plus qu'un usage *négatif* de l'idée du hasard, p. 143. — L'étude de la théorie des chances prépare à celle de l'induction. On doit éviter de fonder la définition de l'induction sur une définition positive du hasard, p. 145. — La théorie de l'induction chez Cournot, p. 145. — La théorie de l'induction chez M. Hamelin, p. 147. — Imperfection de la méthode inductive. Ce qu'on peut attendre d'elle, p. 149.

II. *Origine expérimentale de l'idée de loi.* — Différence entre notre point de vue et celui de Stuart Mill, p. 150. — Exposé du raisonnement de probabilité par lequel on s'élève à l'idée de loi, p. 152. — Réponse à quelques objections, p. 153. — Caractère de nécessité de la loi. Que toutes les hypothèses possibles nous conduisent à l'affirmation de ce caractère de nécessité, p. 153. — Caractère de généralité de la loi. Conditions auxquelles nous pouvons saisir des lois générales, p. 156. — Valeur universelle de l'idée de loi. Déterminisme et liberté, p. 159. — *Conclusion.* Ni la nécessité, ni la généralité ne peuvent être imitées par le hasard. Comment, dans notre théorie sur l'origine logique de l'idée de loi, nous nous séparons à la fois du rationalisme et de l'empirisme, p. 161.

III. *Les lois qualitatives.* — Principales causes d'erreur dans la détermination des lois qualitatives, p. 162. — Première cause d'erreur. Cas où l'ordre apparent est une conséquence de la loi des grands nombres, p. 163. — Importance du risque dans ce premier cas, p. 165. — Seconde cause d'erreur. Les faits sont

- liés par le moyen d'un fait intermédiaire qui passe inaperçu, p. 166. — Que les erreurs d'induction ne doivent pas entamer notre confiance en la valeur objective de l'idée de loi, p. 167.
- Importance des lois qualitatives. Elles représentent notre véritable connaissance de la nature, p. 169. — Rôle des lois quantitatives. Elles servent d'abord à interpoler, p. 169. — Elles servent aussi à comparer à l'expérience les théories mathématiques, p. 170. — Rôle de la mesure dans les sciences de la nature. Elle est un moyen plutôt qu'un but, p. 171.
- IV. *Les lois mathématiques.* — L'interpolation, p. 172. — L'interpolation par laquelle on détermine les lois mathématiques repose sur le postulat de la simplicité de la nature, p. 173. — Quelle est la valeur de ce postulat? Difficulté de définir la simplicité mathématique, p. 173. — L'expérience oblige de plus en plus à abandonner l'idée de la simplicité des lois naturelles, p. 174.
- Peut-on justifier les lois mathématiques par un raisonnement de probabilité? Le calcul de la probabilité des événements remarquables et la méthode de Poisson, p. 175. — Que la méthode de Poisson n'est pas applicable à notre problème, p. 176. — Différentes hypothèses qui peuvent également bien expliquer l'apparente simplicité de beaucoup de lois naturelles, p. 177. — Le postulat de la simplicité est inutilisable dans la recherche des lois objectives, p. 178. — Les problèmes de maximum et de minimum et la fausse métaphysique d'Euler, p. 179.
- Avantages de l'interpolation. Dangers de l'extrapolation, p. 181.

CHAPITRE III

DES LIMITES DE LA CONNAISSANCE SCIENTIFIQUE

- La connaissance logique et la connaissance empirique, p. 182. — Rappel des principales difficultés de la connaissance empirique, p. 183. — Peut-on dépasser la connaissance des lois empiriques et pénétrer plus loin dans l'intelligence de l'essence? Sens relatif de la notion de l'essence, p. 184. — Qu'il est impossible de remonter, par un raisonnement rigoureux, de la connaissance des lois empiriques à celle des principes, p. 186. — Quelques précisions nécessaires : en quel sens la théorie physique s'élève-t-elle à la connaissance de principes plus simples et plus généraux que les lois empiriques coordonnées par elle? La théorie se construit-elle par voie de généralisations successives? p. 188. — Seule la philosophie mécanique peut identifier le simple, le général et l'essence. D'ailleurs, elle ne tient pas ses promesses, p. 190.
- La théorie mathématique en physique. Services secondaires qu'elle rend. Elle suggère des hypothèses à l'expérimentateur, p. 192. — Elle contribue à créer une langue scientifique précise et simple, p. 193. — Opinion d'après laquelle la théorie physique serait un *moyen de classification* et non pas une *tentative d'explication*, et contribuerait seulement à l'économie de la pensée, p. 194. — Discussion de cette opinion, p. 195.
- Idée de la *théorie expérimentale et qualitative* : elle ébauche les concepts fondamentaux de la théorie mathématique et reste la partie la plus solide de la physique, p. 197. — Nature du problème que résout la théorie expérimentale, p. 198. — La probabilité de ses hypothèses est d'autant plus grande qu'elles sont plus *naturelles*, p. 199, — plus *fécondes* et plus *simples*, p. 200. — Application des remarques précédentes à un exemple : les hypothèses de Huygens sur la nature de la lumière, p. 200. — Autre exemple : les franges d'interférences et la périodicité du phénomène lumineux, p. 202.

Classification naturelle de phénomènes par la méthode expérimentale, p. 202.
Rapports de la théorie expérimentale et de la théorie mathématique; celle-ci résout les problèmes posés par celle-là, p. 204. — Cette solution reste arbitraire et la limite de la connaissance objective se place entre la théorie expérimentale et la théorie mathématique, p. 205. — On obtient la même conclusion en considérant la fonction classificatrice des théories, p. 205. — Rôle de la physique mathématique, p. 206. — L'explication mécanique des phénomènes est la partie la plus illusoire de la physique mathématique, p. 207.

